

TAMPEREEN YLIOPISTO

Matemaattisten valmiuksien tukeminen esiopetuksessa
Pienryhmä kielentämisen mahdollistajana

Kasvatustieteiden yksikkö

Kasvatustieteiden pro gradu -tutkielma

LINDA KUUSJÄRVI & TIINA OJALA

Huhtikuu 2015

Tampereen yliopisto

Kasvatustieteiden yksikkö

LINDA KUUSJÄRVI & TIINA OJALA: Matemaattisten valmiuksien tukeminen esiopetuksessa

Kasvatustieteiden pro gradu -tutkielma, 76 sivua, 8 liitesivua

Huhtikuu 2015

Tutkimuksen tarkoituksena oli syventyä lasten matemaattisten valmiuksien tukemiseen esiopetusvuoden aikana. Tutkimus toteutettiin Pirkanmaalla syksyn 2014 ja kevään 2015 aikana kahdessa esiopetusryhmässä. Tutkimukseen osallistui 40 lasta sekä heidän vanhempansa. Tarkoituksena oli selvittää, voidaanko lasten välisiä tasoeroja kaventaa tukemalla pienryhmätoiminnan keinoin matemaattisilta taidoiltaan heikkoja lapsia. Pedagoginen lähtökohta tälle toiminnalle oli matemaattisen ajattelun ilmaiseminen neljän eri kielen kautta; luonnollisen kielen, kuviokielen, matematiikan symbolikielen sekä taktiilisen toiminnan kielen avulla. Tavoitteena oli myös kuvata, miten matemaattisilta taidoiltaan heikot esiopetusikäiset kielentävät matematiikkaa. Lisäksi selvitettiin sitä, miten kotona tapahtuva arjen matematiikka oli yhteydessä lasten osaamiseen.

Tutkimus ankkuroitiin tieteenfilosofisilta lähtökohdiltaan positivismiin ja fenomenologiaan, sillä tiedonkeruu ja analysointi tapahtuivat sekä kvantitatiivisesti että kvalitatiivisesti. Tutkimuksen ensimmäisessä tiedonkeruuvaiheessa jokaiselle lapselle tehtiin MAVALKA 2 -matemaattisten valmiuksien kartoitus sekä lähetettiin jokaisen lapsen kotiin kysely kotona tapahtuvasta arjen matematiikasta. Tällä tavoin saatiin selville lasten sen hetkinen taitotaso ja toisaalta myös se, miten lapset ilmaisevat matemaattista ajatteluaan sekä esiopetuksessa että kotona. Toisessa tiedonkeruuvaiheessa lasten joukosta valittiin kartoituksesta saatujen pisteiden sekä arjen havaintojen perusteella matemaattisilta taidoiltaan heikoimmat lapset matemaattisia valmiuksia tukevaan Noppakerhoon. Noppakerho kokoontui 10 kertaa syksyn 2014 aikana. Kerhokertojen aikana keskityttiin vahvistamaan varhaisia matemaattisia taitoja kielentämällä matemaattisia käsitteitä monipuolisesti. Kerhokerrat videoitiin ja aineisto litteroitiin. Tämän jälkeen seurasi kolmas tiedonkeruuvaihe, joka tapahtui tammikuussa 2015. Silloin MAVALKA 2 -kartoitus tehtiin uudelleen kerhoon osallistuneille lapsille, sekä kaikille niille, jotka syksyllä olivat jääneet pisteissä vähintään 10 pisteen päähän täysistä pisteistä.

Analyysivaiheessa vertailtiin syksyn sekä kevään kartoitusten tuloksia kvantitatiivisin keinoin. Kvalitatiiviseen osuuteen kuului kerhokertojen sekä vanhempien vastauslomakkeiden analysointi. Niiden analysoinnissa käytettiin teoriaohjaavaa sisällönanalyysiä.

Tutkimustulosten mukaan kaikkien lasten matemaattiset taidot kehittyivät syksyn aikana. Noppakerhoon osallistuneista lapsista kolme neljästä oli saavuttanut keväällä riittävät matemaattiset valmiudet koulun alkua ajatellen. Lähtötasoltaan heikot lapset kielensivät matematiikkaa suullisesti, sormia sekä toiminnallista materiaalia apunaan käyttäen. Kielentäminen kehittyi ja monipuolistui kaikilla lapsilla kerhotoiminnan aikana. Kotona tapahtuvan arjen matematiikan ja lasten osaamisen välillä ei havaittu selvää yhteyttä.

Tulosten perusteella voidaan sanoa, että esiopetusvuoden alussa lasten matemaattisissa valmiuksissa on suuria eroja. Niitä voidaan kuitenkin kaventaa esiopetusvuoden aikana tarjoamalla tukea tarvitseville mahdollisuus kielentää matematiikkaa monipuolisesti. Tämä onnistuu parhaiten pienessä opetusryhmässä, jolloin tuki voidaan kohdistaa yksilöllisemmin.

Avainsanat: esiopetus, varhaiset matemaattiset taidot, kielentäminen, pienryhmätoiminta

SISÄLLYS

1	Johdanto	4
2	Matematiikka sisältönä esiopetuksessa	6
2.1	<i>Esiopetus</i>	6
2.1.1	Esiopetuksen määritelmä	7
2.1.2	Esiopetuksen tehtävä	7
2.2	<i>Matematiikka esiopetuksessa</i>	9
2.3	<i>Varhaiset matemaattiset taidot</i>	13
2.4	<i>Matemaattisten taitojen osa-alueet</i>	14
2.4.1	Lukumääräisyyden taju eli subitisaatio	16
2.4.2	Laskemisen taidot	17
2.4.3	Aritmeettiset perustaidot	18
2.4.4	Matemaattisten suhteiden ymmärtäminen	19
2.4.5	Esimatemaattiset taidot	20
3	Varhaisten matemaattisten taitojen tukeminen esiopetuksessa	22
3.1	<i>Matemaattinen kielentäminen</i>	23
3.2	<i>Koodinvaihto ja multisemioottinen systeemi</i>	26
3.3	<i>Lapsi aktiivisena toimijana</i>	28
3.4	<i>Pienryhmätoiminta eriyttämisen keinona</i>	29
3.5	<i>Vanhempien kanssa tehtävä yhteistyö</i>	31
4	Tutkimuskysymykset	33
5	Tutkimuksen toteuttaminen	34
5.1	<i>Tutkimusmenetelmälliset valinnat ja aineisto</i>	34
5.2	<i>Tutkimuksen kulku</i>	36
6	Analyysi	39
7	Tutkimustulokset	42
7.1	<i>Matemaattisten valmiuksien kehitys esiopetusvuoden aikana</i>	42
7.2	<i>Kotona tapahtuvan arjen matematiikan yhteys lasten matemaattiseen osaamiseen</i>	45
7.3	<i>Pienryhmätoiminnan vaikutukset</i>	46
8	yhteenvedo tutkimustuloksista ja luotettavuuden pohdintaa	59
8.1	<i>Yhteenvedo tutkimustuloksista</i>	59
8.2	<i>Tutkimuksen eettisyys ja luotettavuus</i>	62
9	Pohdinta ja jatkotutkimusaiheet	64
	LÄHTEET	69
	LIITTEET	77

1 JOHDANTO

Mitä esiopetusvuoden aikana opitaan? Pystytäänkö kaikkien lasten oppimisen haasteisiin vastaamaan asianmukaisella tavalla? Etelälahti (2014) on selvittänyt esiopetuksen vaikuttavuutta lasten, vanhempien ja yhteiskunnan kannalta. Hänen tutkimuksensa mukaan eniten esiopetusvuoden aikana kohentuivat lasten kielelliset taidot. Oma kokemuksemme on samansuuntainen. Olemme koulutukseltamme lastentarhanopettajia ja työskentelemme tällä hetkellä esiopetuksen tuntiopettajina erään Pirkanmaalla sijaitsevan alakoulun esiopetusryhmissä. Olemme huomanneet, että kielellinen puoli on esillä päivittäin arjessa luonnostaan ja lapset itse ovat useimmiten hyvin motivoituneita lukemaan oppimisessa. Kokemuksemme mukaan myös vanhemmat arvostavat lastensa oppimista useimmiten lukemisen kautta; lukutaidon oppiminen tuntuu monen kohdalla olevan meriitti, joka olisi hyvä saavuttaa jo ennen koulun alkamista.

Miten on matematiikan laita? Kiinnitetäänkö sen oppimiseen esiopetuksessa tarpeeksi huomiota? Matemaattisten taitojen kehittymistä on tutkittu paljon. Mazzocco, Feigenson ja Halberda (2011) tulivat siihen tulokseen, että mitä paremmin 3–5-vuotias lapsi kykenee määrittelemään pieniä lukumääriä nopeasti havaitsemalla, sitä paremmin hän menestyi matematiikassa koulun alkaessa. Myös Mattinen (2006, 32) on samoilla linjoilla ja painottaa, että numeerisen tiedon ja taidon kehittyminen alkaa jo varhain ja sen on todettu rakentuvan hierarkkisesti aina organisoimalla uudelleen aikaisempia tiedollisia rakenteita. Taidot lähtevät rakentumaan ihmisen synnynnäisestä kyvystä tunnistaa pieniä lukumääriä. Esimerkiksi luonnollisen luvun käsitteen kehittyminen on pitkälinen prosessi, joka vie paljon aikaa ja edellyttää lapselta runsaasti harjoittelua ja harjaantumista.

Koulun alkaessa lasten matemaattisissa taidoissa on todettu olevan suuria eroja (Aunio, Hannula & Räsänen 2004, 218). Hyvin organisoidusta opetuksesta huolimatta osalle oppilaista matematiikan oppiminen on koulussa työlästä, eikä tavanomainen luokkaopetus tai perinteinen yksilöllistetty opetus useinkaan paranna riittävästi oppimistuloksia. Räsänen, Närhen ja Aunio (2010, 176) mukaan eri maissa tehtyjen arvioiden perusteella noin 3–7 prosenttia koululaisista ei kykene omaksumaan edes peruslaskutaitoja ilman huomattavaa lisäpanostusta yksilölliseen, intensiiviseen ja tarkasti suunniteltuun opetukseen. Usein oppimisen ongelmien taustalla on

vaikeuksia hahmottaa lukumääriin ja symboliseen lukujärjestelmään sisältyviä suuruusluokkasuhteita. Ne ovat perustaitoja, joiden kognitiivisen pohjan on todettu rakentuvan jo varhain ennen kouluikää. Osittain nämä yksilölliset erot lukumääräisyyden hahmottamisessa nähdään synnynnäisinä ja perintötekijöihin liittyvinä, mutta myös harjoittelun vähyys on todettu vaikuttavan oppimiseen. Koulu ja sen matematiikan opetus vaikuttavat ratkaisevasti laskutaitojen kehittymiseen. Matemaattisten valmiuksien tukemiseen tulisi kuitenkin kiinnittää huomiota jo hyvissä ajoin ennen koulun alkamista. Myös Aunola, Lerkkanen, Leskinen ja Nurmi (2004; 2006) ovat todenneet, että esiopetuksessa mitattujen lukumäärien vertailu- ja lukujonotaitojen avulla voidaan ennustaa jopa 70 prosenttia lasten osaamisesta neljännellä luokalla. Lisäksi heidän mukaansa laskutaidon kehityksessä voidaan havaita niin sanottu Matteus-efekti; yksilöiden väliset erot vain kasvavat kehityksen myötä.

Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2010) korostetaan sitä, että lapsi saisi esiopetusvuoden aikana pohjan matematiikan oppimiselle ja oppisi suhtautumaan matematiikkaan myönteisesti. Tässä tutkimuksessa keskitytään esiopetusikäisten matemaattisten valmiuksien tukemiseen. Kahden ryhmän esioppilaiden matemaattisia taitoja kartoitetaan ja pyritään tarjoamaan heikoimmille tukea intensiivisen pienryhmätoiminnan avulla. Tavoitteena on näin löytää keinoja tasoittaa lasten välisiä osaamisen eroja matematiikan osalta. Pienryhmässä keskitytään matemaattisten valmiuksien tukemiseen toiminnallisin keinoin. Pedagogisena lähtökohtana voidaan nähdä matemaattisen ajattelun ilmaiseminen matematiikan neljän eri kielen kautta; luonnollisen kielen, kuviokielen, matematiikan symbolikielen sekä taktiilisen toiminnan kielen avulla (Joutsenlahti & Rättyä 2015). Tarkoituksena on tarjota heikoimmille mahdollisuus kielentää matematiikkaa monipuolisesti. Jakson päätyttyä kartoitetaan lasten taidot uudelleen ja tarkastellaan heidän matemaattisten valmiuksien kehitystä.

2 MATEMATIIKKA SISÄLTÖNÄ ESIOPETUKSESSA

Tutkimuksemme teoreettisissa taustoissa tarkastelemme esiopetuksen historiaa ja esiopetusta ohjaavaa opetussuunnitelmaa. Opetussuunnitelmasta nostamme lähempään tarkasteluun matematiikan sisältöalueen, jota olemme pyrkineet jäsentämään tutkimukseemme sopivalla tavalla. Käymme läpi myös varhaisten matemaattisten taitojen kehittymistä. Luvussa kolme käsittelemme varhaisten matemaattisten taitojen tukemisen keinoja esiopetuksessa.

2.1 Esiopetus

Varhaiskasvatuksella ja alkuopetuksella on lapsen kehitykselle perustavaa laatua oleva merkitys ja siksi siihen tulisi panostaa. Lapsen elämässä kouluunlähtö on ainutkertainen tapahtuma, josta olisi hyvä eri yhteistyötahojen kanssa tehdä hänelle mahdollisimman hyvä ja turvallinen. Tähän niveltäisiin on vakiintunut kouluun valmistava, vuoden mittainen esiopetus, joka meillä Suomessa kuuluu varhaiskasvatuksen piiriin.

Esiopetuksella on Suomessa monimuotoinen, noin neljän vuosikymmenen mittainen, historia. Koko lyhyen historiansa aikana esiopetusta on pidetty niin kutsuttuna välivaiheena tai yhdistävänä tekijänä varhaiskasvatuksen ja koulun välillä. Kinoksen ja Palosen (2013, 7–12) mukaan ensimmäinen esiopetuskokeilu aloitettiin vuonna 1966 Lahdessa. Esiopetustoiminnan uskottiin vastaavan tarpeeseen kehittää lastentarhajärjestelmää niin, että lapselle tarjottaisiin tarpeeksi kehittävää virikettä ja koulutuksellista eriarvoisuutta poistettaisiin. Lahden kokeilun jälkeen esiopetuskokeilu levisi laajemmalle ja näin ollen 1970-luvulla esiopetuksen voidaan katsoa institutionalisoituneen. Tuolloin esiopetuksen järjestämistä ohjasi vuoden 1972 esikoulukomitean mietintö. Komitean mukaan esiopetus toteutuisi parhaiten niin, että kaikille kuusivuotiaille luotaisiin kouluhallinnon alainen, maksuton ja pakollinen esiopetus (Etelälahti 2014, 33). Komitean tavoitteet toteutuivat vain osin, sillä velvoittavaa esiopetuksesta ei vielä tuolloin tehty.

2.1.1 Esiopetuksen määritelmä

Esiopetus voidaan käsittää usealla eri tavalla. Ensimmäisen kerran käsite ”esiopetus” mainitaan virallisesti vuoden 1998 Perusopetuslaissa (Brotherius, Hytönen & Krokfors 2002, 28). Tuolloin se tarkoitti vuoden kestävästä ja kouluun valmistavaa, kuusivuotiaiden lasten opetusta. Niikko (2001, 29–30) esittää, että esiopetuksen käsite voidaan nähdä kolmesta eri näkökulmasta; laajasta, keskilaajasta tai suppeasta. Laajasta näkökulmasta katsottuna esiopetus käsittäisi koko lapsuusajan ennen oppivelvollisuutta ja olisi näin ollen kaiken ikäisten lasten kasvatus-, hoito- ja opetustoimintaa. Keskilaajasta näkökulmasta katsottuna esiopetuksella tarkoitetaan 3–6-vuotiaiden kasvatus- ja opetustoimintaa. Esimerkiksi useissa Euroopan maissa edellä mainittua järjestelmää kutsutaankin käsitteellä ”preschool”. Suomessa esiopetus käsitetään suppean näkökulman kautta, eli vain kuusivuotiaille tarkoitettuna toimintana.

Vähitellen esiopetus on vakiinnuttanut paikkaansa kunnissa ja vuonna 2014 jo lähes kaikki kuusivuotiaat osallistuvat esiopetukseen. Kunnilla on velvollisuus järjestää esiopetusta, mutta vanhemmat ovat silti saaneet päättää, osallistuvatko heidän lapsensa esiopetukseen. Tällöin noin kaksi prosenttia ovat jääneet esiopetuksen ulkopuolelle ja vaille laadukasta varhaiskasvatusta (Kinos & Palonen 2013, 42). Esiopetuksen velvoittavuus nousi keskusteluun taas uudelleen, kun vuonna 2012 Opetus- ja kulttuuriministeriö käynnisti selvitystyön mahdollisuudesta muuttaa esiopetus velvoittavaksi, koko ikäluokan tavoittavaksi, pedagogisesti laadukkaaksi varhaiskasvatustoiminnaksi. Samalla sen oli tarkoitus edistää koulutuksen tasa-arvon tavoitteita, ulkomaalaistaustaisten lasten kotouttamista sekä ehkäistä syrjäytymistä. (Opetus- ja Kulttuuriministeriö 2014.) Esitys muuttaa esiopetus velvoittavaksi koko ikäluokalle luovutettiin opetusministerille kesäkuussa 2014. Sen mukaisesti esiopetus muuttuu velvoittavaksi kaikille kuusivuotiaille elokuussa 2015.

2.1.2 Esiopetuksen tehtävä

Esiopetus on päiväkodin ja koulun ohella hyvin keskeinen ympäristö lapsen elämässä. Päiväkodin, koulun ja esiopetuksen ydintehtävä on lapsen kasvun ja kehityksen tukeminen sekä kokonaisvaltaisen oppimisen mahdollistaminen lapselle (Pyhälto, Karila & Lipponen 2013, 53). Esiopetusta voi kutsua formaaliksi kasvatusyhteisöksi, sillä oppiminen on pääsääntöisesti tietoista ja tavoitteellista. Kotioloissa oppiminen puolestaan tapahtuu informaalissa ympäristössä ja on näin

ollen hieman epävirallisempaa. (Rajala, Hilppo, Paananen ja Lipponen (2013, 46.) Formaalin kasvatusyhteisön tunnistaa siitä, että toimintaa ohjaa aina jonkunlainen opetussuunnitelma; esiopetuksen järjestämistä ohjaa esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet.

Esiopetusta aloitettaessa esiopetuksen sisältö on saattanut vaihdella hyvinkin paljon kunnasta riippuen ja vasta vuonna 2000 julkaistiin ensimmäinen kuntia velvoittava esiopetussuunnitelma, ”Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet”. Esiopetussuunnitelma oli luonteeltaan väljä. Suomessa esiopettaja on saanut lähtökohtaisesti suunnitella opetuksensa itsenäisesti. Kun esiopetussuunnitelmia verrattiin kansainvälisesti Suomen, Tanskan ja Englannin kesken (Office for Standards in Education 2003), Suomen ja Tanskan järjestelmiä pidettiin sallivampina kuin Englannissa. Tutkimuksen mukaan Suomessa esiopettajat pitivät esiopetusta kouluun valmistavana vaiheena, jossa korostetaan kielellisten ja matemaattisten taitojen ohella enemmän lapsen persoonan ja sosiaalisuuden kehittymistä, oppimaan oppimista sekä itsekontrollin vahvistamista. Lisäksi painotettiin sitä, että suomalaisessa esiopetuksessa käytetään enemmän verbaalisia ja yhteisöllisiä oppimismenetelmiä kuin Englannissa. Meillä kiinnitettiin huomiota myös siihen, että lapsi omaksuisi esiopetusvuoden aikana positiivisen asenteen oppimista kohtaan.

Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteita muutettiin ja tarkennettiin vuonna 2010. Vain neljä vuotta myöhemmin niitä muutettiin uudelleen. Nyt uudistuneet Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet (2014) sisältävät huomattavasti enemmän yksityiskohtaisia luonnehdintoja esimerkiksi toiminnan sisällöstä; uudistuneeseen opetussuunnitelmaan on muodostettu oppimiskokonaisuudet nykyisten sisältöalueiden tilalle. Oppimiskokonaisuudet sisältävät kokonaistavoitteiden lisäksi yksityiskohtaisemmat tavoitteet, joissa määritellään aiempaa tarkemmin se, mitä opetukseen tulee missäkin kokonaisuudessa sisällyttää. Esiopetuksen osalta perusteet astuvat voimaan elokuun alusta vuonna 2016. Keskitymme tässä tutkimuksessa vielä vuoden 2010 Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteiden tarkasteluun, sillä noudatimme opetuksessamme sitä tutkimuksen teon aikana.

Opetushallitus (2010, 4–10) on määritellyt esiopetuksen tehtäväksi taata kaikille lapsille yhtäläiset mahdollisuudet kasvaa vastuulliseksi yhteiskunnan jäseniksi. Esiopetusvuoden aikana tavoitteena on tukea lapsen kasvu-, kehitys- ja oppimisedellytyksiä. Samalla seurataan lapsen fyysistä, psyykkistä, sosiaalista, kognitiivista ja emotionaalista kehitystä. Tavoitteena on myös vahvistaa lapsen käsitystä itsestään oppijana. Kaikki toiminta ja oppimistilanteet tulisi järjestää siten, että ne olisivat lähellä lapsen omaa kokemusmaailmaa. Esiopetustoiminnan tulee olla tarkoituksenmukaista, kehitystasolle sopivaa ja toiminnan tulee tapahtua pääosin leikin kautta. Esiopetuksen toiminta koostuu erilaisista sisältöalueista, joista keskitymme tässä tutkimuksessa erityisesti matematiikan sisältöalueeseen. Seuraavassa luvussa esittelemme sitä tarkemmin.

2.2 Matematiikka esiopetuksessa

Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2010) on määritelty seitsemän keskeistä sisältöaluetta, joiden ympärille esiopetus tulee rakentaa: kieli- ja vuorovaikutus, matematiikka, etiikka ja katsomus, ympäristö- ja luonnontieto, terveys, fyysinen ja motorinen kehitys sekä taide- ja kulttuuri. Esiopetustoiminnan tulee olla eheyttävää, joka tarkoittaa eri sisältöalueiden yhdistämistä. Eheyttäminen tarkoittaa käytännössä sitä, että esimerkiksi kielellisiä tai matemaattisia valmiuksia voidaan tukea monipuolisesti taito- ja taideaineiden yhteydessä tai päinvastoin. (Opetushallitus 2010, 4–17.) Keskitymme tässä tutkimuksessa erityisesti matematiikan oppimiseen. Tarkastelemme matematiikkaa tutkimuksessamme niin ikään eheyttävästä näkökulmasta ja pyrimme integroimaan sen aina osaksi muita sisältöalueita. Esiopetuksessa on tarkoitus luoda pohja matematiikan oppimiselle ja tukea lapsen myönteistä suhtautumista siihen. Lapsen tulisi saada esiopetusvuoden aikana monipuolisesti kokemuksia matemaattisten käsitteiden ilmenemismuodoista tarkoin harkittujen ja johdonmukaisten oppimismenetelmien, välineiden sekä kielen avulla. (Opetushallitus 2010, 13–14.)

Matemaattisen ajattelun tärkein väline on Joutsenlahden (2003) mukaan luonnollinen kieli, sillä puhumalla tai kirjoittamalla ilmaistun kielen avulla oppija jäsentää ajatteluaan ja pyrkii esittämään ajatteluaan muille mahdollisimman selkeästi ja yksikäsitteisesti. Matematiikan kielen ja luonnollisen kielen välillä siirtymiset auttavat oppijaa rakentamaan matematiikan tiedoista konseptuaalista tietoa (Joutsenlahti & Rättyä 2011, 172). Esiopetusikäisten lasten kanssa toimiessa kielentämisen tulisi olla osa matematiikan opetusta. Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2010, 14) kielentämiseen kannustetaan seuraavalla tavalla:

"Matemaattisen ajattelun kehittämisessä on tärkeää, että lapsi oppii tarkkailemaan myös omaa ajattelemistaan. Lasta on kannustettava kertomaan, mitä hän ajattelee tai miten hän ajatteli."

Toiset lapset puhuvat luonnostaan paljon ja myös tuovat ilmi sen, miten he ovat esimerkiksi matematiikan tehtävän ratkaisseet. Toisten tulee harjoitella sitä. Myös Hautamäki (2014) peräänkuuluttaa matematiikan opetuksessa löytämään matematiikan ”ytimen”, eli ajattelemaan opettamisen. Matematiikassa on hänen mukaansa kyse ajattelun kehityksestä. Tästä syystä olemme valinneet erityisesti matematiikan oppimisen tutkimuksemme lähtökohdaksi.

Lapset tulevat esiopetukseen hyvin erilaisista lähtökohdista; toisilla on pitkä historia päiväkodissa, toiset ovat ehkä osallistuneet satunnaisesti seurakunnan järjestämään kerhotoimintaan ja toiset ovat viettäneet varhaiset vuotensa kotihoidossa. Erot lasten taidoissa ovat näin ollen esiopetukseen tultaessa usein merkittävät. Esiopetuksen tavoitteena on matematiikan osalta antaa lapselle pohja matemaattiseen ajatteluun sekä matematiikan käsitteiden muodostumiseen. (Ikäheimo ja Risku 2004, 222.) Lasten matemaattiset taidot kehittyvät merkittävästi jo ennen kouluikää. Taitoja voidaan tukea ja kartuttaa ohjaamalla lasta kiinnittämään huomiota oikeisiin asioihin. Toiset lapset eivät ole juurikaan kiinnittäneet huomiotaan ympäristön lukumääriin ja viimeistään esiopetusvuoden aikana on herätettävä nämäkin lapset katselemaan ympäristöään ikään kuin "matemaattisten silmälasien" kautta. (Aunio ym. 2004, 217–218.)

Esiopetusikäinen lapsi oppii parhaiten niin, että hänellä on oppimistilanteessa aktiivinen rooli. Käytännössä tämä tarkoittaa matematiikankin osalta sitä, että lapsen kanssa toimitaan lähikehityksen vyöhykkeellä (Vygotsky 1978), jolloin lapsi osallistuu ongelmanratkaisuun kokeneemman henkilön kanssa. Tällöin lapsi saa toimintaan riittävästi haastetta kokematta kuitenkaan uusia asioita liian vaikeiksi. Kun toimitaan lähikehityksen vyöhykkeen potentiaalisen kehityksen alueella, ja lapsi pystyy suoriutumaan tehtävistä avustettuna, hän kykenee jatkossa tekemään asian itsenäisesti. (Vygotsky, 1978, 86–87.) Lapsen aktiivisuutta voidaan tukea myös siten, että matematiikan opetuksessa käytetään mahdollisimman paljon toimintaa ja välineitä. Lapsen käsitystä matematiikasta tulisi lisäksi avartaa muun muassa leikkien, tarinoiden, laulujen, liikunnan, pienten työtehtävien, keskusteluhetkien ja pelien avulla (Opetushallitus 2010, 13).

Lapsen tulisi myös kokea, että matematiikan oppiminen on merkityksellistä ja mielekästä (Opetushallitus 2010, 13). Hänellä tulisi olla esiopetusvuoden jälkeen motivaatio oppia sitä lisää. Matematiikan osaamisella ja siinä menestymisellä on todettu olevan yhteys; mitä paremmin lapsi koki osaavansa matematiikkaa ensimmäisellä luokalla, sitä paremmin hän menestyi kyseisessä aineessa toisella luokalla (Aunola, Leskinen & Nurmi 2006). Hyvän pohjan luominen matematiikan oppimiselle ennen koulun alkua on tärkeää, sillä tutkimusten mukaan esiopetusikäisten matemaattiset taidot ovat yhteydessä matemaattiseen suoriutumiseen ensimmäisinä kouluvuosina. (Hannula & Lepola 2006, 130) Esiopetuksesta kouluun siirryttäessä tehdyt tutkimukset osoittavat, että erot suomalaisten matemaattisissa taidoissa näyttävät kasvavan, kun taas lukutaidon kohdalla vastaavaa taitoeron kasvua ei tapahdu (Hannula & Lepola 2006, 130). Esiopetuksen katsotaan tukevan lähtökohdiltaan heikompien lasten lukemaan oppimista, mutta ei matemaattisten taitojen kehitystä (Etelälahti 2014). Mielestämme kuitenkin esiopetusvuoden aikana on vielä mahdollisuus vahvistaa lasten varhaisia matemaattisia taitoja ja näin luoda pohjaa matematiikan osaamiselle koulun alkua varten.

Tyttöjen ja poikien välisistä matemaattisista taitoeroista puhutaan välillä esiopetuksessakin. Hannula ja Lepola (2006, 143) ovat tutkineet sitä, eroavatko tyttöjen ja poikien väliset matemaattiset taidot toisistaan. Heidän tutkimukseensa osallistuneet lapset olivat tuolloin 5,5–7,5-vuotiaita. Tyttöjen ja poikien matemaattisten taitojen ei havaittu eroavan merkittävästi toisistaan. Toisen luokan keväällä sen sijaan poikien aritmeettiset taidot olivat tyttöjen taitoja paremmat. Robinson ja Lubienski (2011, 294) ovat havainneet, että esiopetusiässä matematiikassa menestymisessä ei ole sukupuolten välisiä eroja. Kuitenkin sukupuolten väliset erot kasvoivat alakoulun aikana. Yläkoulussa erot taas kaventuivat. Saman on todennut Huisman (2006, 53) jonka mukaan matematiikassa tyttöjen ja poikien osaaminen on saman tasoista ja suhtautuminen matematiikkaan on myönteistä. Tytöt ja pojat ovat kolmasluokkalaisten oppimistulosten tutkimuksessa matematiikan osaamisessa saman tasoisia. Eroja saattaa kuitenkin tulla matematiikan sisällä, jossa tytöt ovat poikia heikompia. Tämä tuli esiin myöhemmin esimerkiksi algebran tehtävissä. Baron-Cohen & Simon (2004) puolestaan havaitsivat, että koulussa pojilla on tyttöjä suurempi taipumus saada huonoja arvosanoja matematiikassa. Poikien työ oli huolimattomampaa ja siinä oli enemmän virheitä, mutta pojilla oli taipumus nähdä matemaattiset ratkaisut tyttöjä nopeammin. Pojat olivat kuitenkin tyttöjä luottavaisempia omaan matemaattiseen osaamiseensa. Kulttuurit ylittävät tutkimukset viittaavat kuitenkin siihen, että lapsuudessa matemaattisissa taidoissa ei ole sukupuolieroja. Erot ilmaantuvat vasta myöhemmin erilaisilla matemaattisilla alueilla, kuten geometriassa ja sanallisissa tehtävissä. Tyttöjen on havaittu menestyvän poikia paremmin laskuopissa ja matemaattisten testien laskennallisissa osioissa. Poikien on taas havaittu menestyvän tyttöjä paremmin matemaattisessa ongelmanratkaisussa.

Matematiikan opetuksessa olisi tärkeää käyttää useita eri aistikanavia. Ikäheimo ja Risku (2004, 225) painottavat, että oppijan tulisi saada opetusta auditivisesti eli kuulon avulla, visuaalisesti eli näön avulla, taktiilisesti eli käsillä tekemisen kautta sekä kinesteettisesti eli koko kehon kautta. Kaksi viimeistä ovat merkityksellisiä erityisesti pienten lasten oppimistilanteissa. Eri välineiden käyttäminen ja se, että ne ovat jatkuvasti lasten saatavilla, tukevat eri vaiheissa olevien lasten matemaattista kehitystä. Myös Kajetski ja Salminen (2009, 14) ovat sitä mieltä, että matemaattista ajattelua ja oppimista voidaan edistää välineiden käytön avulla. Välineitä käyttämällä lapset saavat kokemuksia, aistihavaintoja ja mielikuvia. Ennen konkreettisten välineiden käyttöä on kuitenkin lapselle annettava mahdollisuus loogiseen ajatteluun ja arviointiin. Loogista ajattelua kehitetään muun muassa keskustelemalla ja pohtimalla. Tärkeää on pohtia esimerkiksi sitä, onko iso aina painavampi kuin pieni eli onko rantapallo painavampi kuin jalkapallo. Arviointia voidaan käyttää muun muassa lukumäärien selvittämisessä ja mittaamisessa. Voidaan esimerkiksi ottaa pilttipurkki, joka on täynnä tammenterhoja. Lapselle ”täynnä” on useimmiten yhtä kuin paljon, ja

”paljon” on yhtä kuin sata. Vasta erilaisissa tilanteissa, usein toistuvien erilaisten ja erikokoisten määrien laskemisen myötä, lapsen kyky arvioida lukumääriä kehittyy.

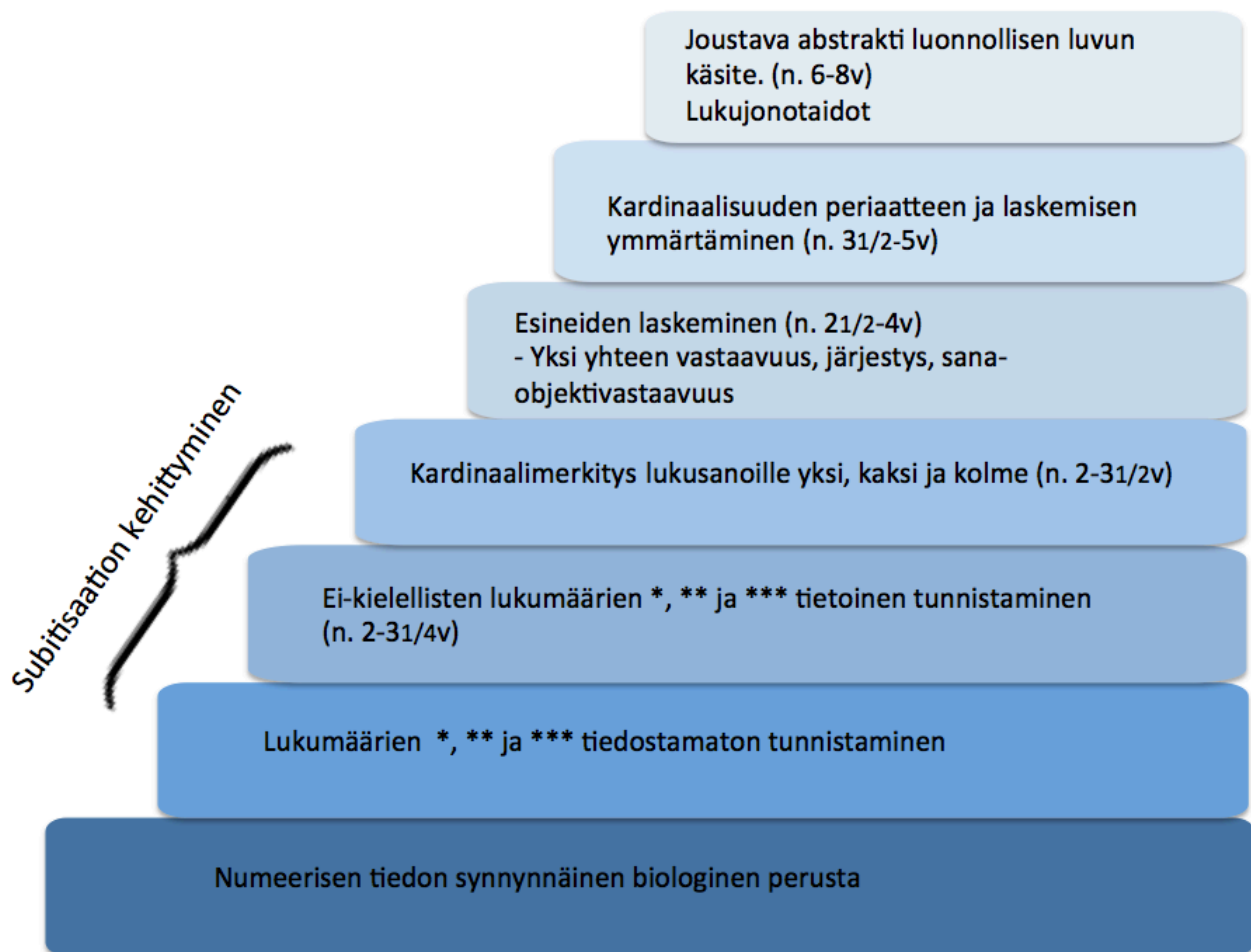
Sekä Salminen ja Varama (2012, 9), Kajetski ja Salminen (2009, 31) että Junttila ja Ristola (2011, 4–5) tähdentävät, että matematiikan konkretisoinnin ensimmäisessä vaiheessa on tärkeää, että välineenä toimii lapsi itse. Esimerkiksi luokittelun opettaminen on hyvä aloittaa luokittelemalla ryhmän lapsia mahdollisimman monella eri tavalla. Oppimista jatketaan pohtimalla ja jatkamalla luokittelua eri perustein käyttämällä apuna konkreettisia välineitä sekä piirtämistä. Vasta lopuksi opetettu asia tulisi esittää ”matematiikan kielellä” eli symbolein. Opetettavaa asiaa on syytä käsitellä monelta eri kannalta ja palata edellä esitettyä tietä myös toiseen suuntaan eli havainnollistaa symbolein merkittyjä tehtäviä myös välinein.

Etelälahti (2014) tarkasteli esiopetuksen vaikuttavuutta lasten, vanhempien ja yhteiskunnan kannalta. Hänen tutkimustulostensa mukaan esiopetusvuonna oppimisvalmiudet kehittivät jonkin verran. Eniten kehittivät kielelliset taidot. Esiopetus ei kuitenkaan kyennyt tasoittamaan eroja lasten välillä; heikot olivat esiopetusvuoden jälkeen edelleen samassa asemassa. Fielding (2006, 32) on myös sitä mieltä, että esiopetusvuotena heikoimpien lasten matemaattisten taitojen tulisi mennä eteenpäin jopa 3–4 vuotta, jotta heillä olisi riittävät matemaattiset valmiudet koulun alkaessa. Hannulan ja Lepolan (2006, 142) mukaan Origins of Exclusion -projektissa tutkittiin matemaattisten valmiuksien kehittymisestä 5–8-vuotiailla. Lukujen luettelemistaidoiltaan heikot, keskitasoiset ja hyvät erosivat toisistaan 2. luokalla aritmeettisilta, eli yhteen- ja vähennyslaskutaidoiltaan. Projektissa havaittiin, että lukujenluettelutaitojen voitiin ennustavan lasten aritmeettisiä taitoja toisella luokalla. Lapset, joilla oli selvästi heikommat lukujenluettelutaidot 5,5–6,5-vuotiaana, olivat heikoimpia aritmeettisissä taidoissaan myös toisella luokalla. Näiden aikaisempien tutkimusten valossa herää kysymys siitä, millaista tuki pitäisi olla, jotta taidot voisivat kehittyä riittävästi ja heikotkin pääsisivät alkuopetuksen näkökulmasta katsottuna riittävän matematiikan osaamisen tasolle? Uskomme, että heikoimpien lasten kanssa tulisi aloittaa järjestelmällinen taitojen tukeminen niin esiopetuksessa kuin kotonakin. Jotta taitoja voidaan alkaa tukea yksilöllisesti, tulee ensin selvittää, mitä lapsi jo osaa eli missä kehityksen vaiheessa lapsi on matemaattisten taitojen osalta. Seuraavaksi tarkastelemme lähemmin lasten varhaisten matemaattisten taitojen kehittymistä.

2.3 Varhaiset matemaattiset taidot

Ihmisellä on todettu olevan synnynnäinen kyky tunnistaa pieniä lukumääriä (Geary 1995; 2000; Aunio ym. 2004, 198; Wynn 1998, 3). Näitä luontaisia, biologisten tekijöiden ohjaamia kykyjä, voidaan kutsua primaareiksi kyvyiksi. Niitä on havaittu esiintyvän kaikissa kulttuureissa riippumatta formaalista opetuksesta. Jo puolivuotiaiden ihmisvauvojen on havaittu erottavan pieniä lukumääriä (1–3), onnistuvan pienissä lisäys- ja vähennystehtävissä pienillä lukumäärillä sekä hahmottamaan suhteellisia eroja lukumäärissä silloin, kun lukumäärien ero on riittävän suuri (Xu & Arriaga, 2007, 103; Aunio ym. 2004, 198–199; Lee 2010, 724). Primaareihin taitoihin voidaan katsoa kuuluvan pienten lukumäärien tarkka ja nopea havaitseminen, ymmärrys lukujen keskinäisistä suhteista, valmius oppia laskemaan luettelemalla sekä herkkyyys ymmärtää perustavanlaatuisia aritmeettisia operaatioita. Sekundaarisiksi taidoiksi kutsutaan niitä taitoja, jotka opitaan formaalin eli muodollisen kouluopetuksen kautta. Kulttuurisidonnaisen laskemisjärjestelmän oppiminen on yksi esimerkki näistä taidoista. (Geary 1995, 28–29; 2000, 12.) Voimme siis olettaa, että synnynnäiset valmiudet, ympäröivä kulttuuri ja sosiaalisen vuorovaikutuksen laatu vaikuttavat yhdessä eri tavoin matemaattisten taitojen kehitykseen (Aunio ym. 2004, 198).

Kielen ja kulttuurien kehityksen avulla ihminen on kehittänyt primaareihin kykyihin tukeutuvia laskemisjärjestelmiä, joiden avulla voidaan ylittää tarkassa laskemisessa havaintojärjestelmän asettamat rajat (Aunio ym. 2004, 201). Wynn (1992, 221–250) on tutkinut laskemisjärjestelmän oppimista 2–3-vuotiailla lapsilla. Hänen mukaansa lapsen ajattelussa laskemisjärjestelmän oppiminen edellyttää huomattavan monia asioita, joiden yhdistäminen ja automatisoituminen vievät runsaasti aikaa. Lapsen tulee esimerkiksi muistaa, mitkä kohteet hän on jo laskenut, mitkä tulee vielä laskea, mihin kohteeseen tulisi siirtyä laskettaessa seuraavaksi, mikä lukusana sanottiin viimeksi ja mikä tulee seuraavaksi. Mattinen (2006) on yhdistellyt ja koonnut kansainvälisten tutkimustulosten pohjalta havainnollistavan kuvan siitä, miten numeeriset tiedot ja taidot rakentuvat hierarkkisesti. Olemme muokanneet Mattisen (2006) kuvaajan perusteella portaat (Kuva 1), jotka havainnollistavat uuden tiedon oppimisprosessia käyttämällä hyväksi aktiivisesti aikaisempia tiedollisia rakenteita ja organisoimalla niitä uudelleen. Eri portailta on myös viitteellinen ikä, jolloin kyseinen numeerinen taito yleensä on lapsella hallussa. (Mattinen 2006, 32–33.)

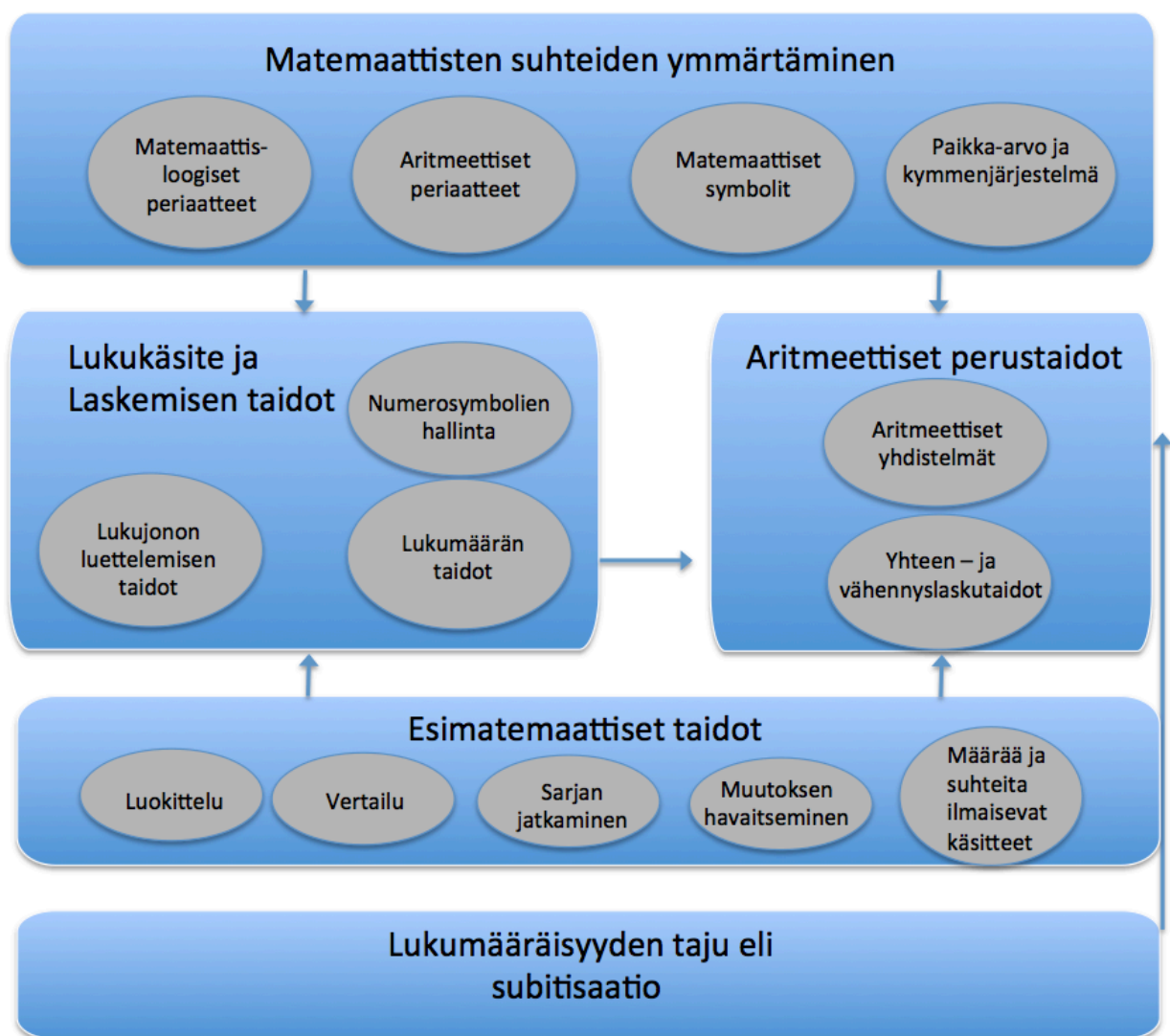


KUVA 1. Numeerisen tiedon ja taidon hierarkkinen rakentuminen. Mukailten Mattinen (2006, 33).

2.4 Matemaattisten taitojen osa-alueet

Matemaattiset taidot muodostavat jo varhain oman taitoalueensa. Matemaattisten taitojen osa-alueita voidaan puolestaan jäsentää usealla eri tavalla. Olemme valinneet tutkimuksemme perustaksi niistä tavoista kolme, joiden olemme katsoneet sopivan esiopetusikäisten lasten varhaisten matemaattisten taitojen tarkasteluun. Kaikki nämä mallit ovat suomalaisten asiantuntijoiden kehittämiä. Uusin niistä tunnetaan nimellä ”esimatemattiset taidot”. Se voidaan paikallistaa Junttilan ja Ristolan (2011) muodostamaan jaotteluun varhaisista matemaattisista taidoista. Esimatemattisiin taitoihin kuuluvat heidän mukaansa luokittelu, vertailu, jonotaidot, muutoksen havaitseminen, käsitteiden kuten *enemmän*, *vähemmän* ja *yhtä monta* harjoittelemineen sekä avaruudellisten suhdekäsitteiden hallitseminen. Vainionpää, Mononen ja Räsänen (2003) jaottelevat matemaattisia taitoja neljän eri osa-alueen – lukujenluettelutaidon, lukukäsitteiden

ymmärtämisen, laskutaidon sekä suhdekäsitteiden – ymmärtämisen kautta. Näiden eri taitoalueiden kehittäminen on tärkeää, sillä niiden ympärille matemaattinen ajattelu rakentuu. Aunio ja Räsänen (2014) puolestaan ovat muodostaneet kansainvälisten tutkimusten pohjalta mallin neljästä taitoryypistä, joka esittää esi- ja alkuopetusikäisten lasten matemaattisten taitojen kehittymistä. Niihin kuuluvat lukumääräisyyden taju, laskemisen taidot, aritmeettiset perustaidot, sekä matemaattisten suhteiden ymmärtäminen. Myös Clements ja Sarama (2009, 17–18) ovat jaotelleet matemaattiset taidot samansuuntaisesti oman tutkimuksensa pohjalta. Olemme havainnollistaneet edellä esiteltyjen jaottelujen pohjalta näkemyksemme matemaattisten taitojen osa-alueiden jakautumisesta Kuvassa 2.



KUVA 2. Matemaattisten taitojen osa-alueet. Mukailten Aunio (2008, 66); Junttila & Ristola (2011); Vainionpää, Mononen & Räsänen (2003).

2.4.1 Lukumääräisyyden taju eli subitisaatio

Lukumääräisyyden tajulla eli subitisaatiolla tarkoitetaan havaintosysteemiin perustuvaa pienten lukumäärien nopeaa ja samanaikaisesti tapahtuvaa tunnistamista. Ihminen pystyy tavallisesti laskematta tunnistamaan laskematta lukumäärät 1–4, mikäli ne sijaitsevat riittävän välimatkan päässä toisistaan (Trick & Pylyshyn 1994). Clementsin ja Saraman (2009, 9; 44) havaintojen mukaan lapsen matemaattisten taitojen kehityksessä keskeisintä oli juuri subitisaatiokyky. He totesivat sen olevan olennainen taito yhteen- ja vähennyslaskutaitojen oppimisessa ja vakiintumisessa. Keskeisintä subitisaatiotaidoissa on heidän mukaansa se, että lapsen havaintoon perustuva subitisaatio (*perceptual subitizing*) kehittyy käsitteelliseksi subitisaatioksi (*conceptual subitizing*). Tällöin suuremmat lukumäärät voidaan tunnistaa osittelun kautta (Sarama & Clements 2009, 45). Tämä tarkoittaa sitä, että esimerkiksi lukumäärä kuusi voidaan tunnistaa jakamalla se kahteen osaan ja laskea sitten niin, että kolme ja kolme muodostavat luvun kuusi.

Lapsen lukumääräisyyden tajun kehittymisessä voidaan pitää tärkeänä lapsen taipumusta kiinnittää spontaanisti huomiota ympäristön lukumääriin. Hannula ja Lehtinen (2001, 2005) havaitsivat seurantatutkimuksessaan, että 3-vuotiailla lapsilla on huomattavia eroja sen suhteen, miten he kiinnittivät huomiota ympäristössään oleviin lukumääriin. Erojen huomattiin pysyvän edelleen samana 3,5 ja 6 ikävuoden välillä. Spontaani huomion kiinnittäminen lukumääriin (Spontaneous Focusing on Numerosity = SFON) merkitsi esimerkiksi sitä, kuinka lapset leikeissään tietoisesti kiinnittivät huomiota esimerkiksi lelujen tai hyppimiensä hyppyjen tarkkaan määrään. Hannula, Räsänen ja Lehtinen (2007; 2006) tutkivat sitä, miten tuo SFON-taito on yhteydessä lasten pienten lukumäärien tunnistamiseen subitisaation avulla ja esineiden laskemiseen. He havaitsivat, että lapset, joilla oli 4–5-vuotiaana heikommat taidot subitisaatiossa ja laskemisessa, kiinnittivät harvemmin spontaanisti huomiota ympäristön lukumääriin. Heidän mukaansa lapsen tulisi siis ensin oppia kiinnittämään huomiota tarkkaan lukumäärään, jonka jälkeen hän voi ottaa käyttöönsä olemassa olevan subitisaatiomekanismin tunnistaa tarkasti pieniä lukumääriä. Hannulan ja Lepolan (2006, 146) tutkimuksen mukaan aritmeettisten taitojen vaihtelusta 2. luokalla kyettiin selittämään 41 prosenttia esiopetusikäisten kognitiivisilla valmiuksilla, lukujonotaidoilla, aritmeettisilla taidoilla, esineiden laskemisella ja spontaanilla huomion kiinnittämisellä lukumääriin. Lukujonotaidot ja spontaani huomion kiinnittäminen lukumääriin nousivat tilastollisesti merkittäviksi ennustajiksi. Tämä viittaa tutkimuksessa siihen, että esiopetusiässä lapsen omaehtoisella matemaattisten taitojen harjoittelulla on tärkeä merkitys hänen matemaattisten taitojen myöhemmälle kehitykselle.

Lapsen elinympäristö ja vuorovaikutustilanteet vaikuttavat siihen, näkeekö lapsi ympäristössään asioita matemaattisesti. Mattisen (2006) mukaan päiväkodissa kolmevuotiaiden lasten matemaattisten taitojen kehittymistä voidaan tukea ohjaamalla heitä kiinnittämään huomiota ympäristönsä lukumääriin. Hänen tutkimustulostensa mukaansa lapset tarvitsevat sosiokulttuurisen ympäristön tukea rakentaessaan matemaattista osaamistaan erityisesti silloin, jos lapsella ei ole ollut riittävää taipumusta kiinnittää luonnostaan huomiota ympäristön lukumääriin. Päiväkodin toimintakäytäntöjä tietoisesti muokkaamalla voidaan siis tukea lasten matemaattisten taitojen kehittymistä. Mattinen (2006, 43–44) on havainnollistanut edellisten ja muiden kansainvälisten tutkimustulosten pohjalta subitisaatioiden tasoja osana numeerisen tiedon ja taidon hierarkkista rakentumista. Subitisaatiossa voidaan hänen mukaansa tunnistaa kolme eri tasoa: varhaiseen vaiheeseen liittyvä subitisaatiomekanismi (Kuva 1, porras 2), edellisen vaiheen avulla suoritettava lukumäärien tunnistaminen (Kuva 1, porras 3) sekä pienten lukujen kardinaalimerkityksen kielellinen ilmaiseminen (Kuva 1, porras 4).

2.4.2 Laskemisen taidot

Laskemisen taidoista puhuttaessa niihin katsotaan kuuluvan lukujonon luettelemisen taidot, lukumäärän laskutaidot sekä numerosymbolien hallitseminen (Aunio, 2008, 65–66). Vainionpää ym. (2003) jaottelevat laskutaidon siten, että se sisältäisi esineiden lukumäärän laskemisen, lisäämisen ja vähentämisen taidot sekä vertailun taidot lukumääriä laskemalla. Yhtä mieltä ollaan kuitenkin siitä, että lukujonon luettelutaidon osaamiseen sisältyy taito tuottaa lukusanoja oikeassa järjestyksessä eteen- ja taaksepäin (Vainionpää ym. 2003; Lee 2010, 724). Lapsi oppii lukujonon luettelemisen leikin lomassa ja erilaisissa sosiaalisissa tilanteissa. Kehityksen alkuvaiheessa lapsi toistaa lukujonoa loruna, mutta ei vielä osaa käyttää taitoa esineiden tarkkaan laskemiseen. Tähän lapsi tarvitsee ohjausta. (Aunio ym. 2004, 202–203.) Alkuvaiheessa lapsi aloittaa aina lukujonon alusta laskiessaan jotakin, eikä laskeminen aina ilmennä yksi yhteen vastaavuutta. Vähitellen esineiden laskeminen kehittyy tarkemmaksi ja johdonmukaisemmaksi. Tässä vaiheessa myös kehittyy ymmärrys kardinaalisuudesta eli laskettavan lukumäärän loppusummasta. Lukujonotaitoihin katsotaan kuuluvan kolmenlaisia taitoja; osata luetella lukuja hyppäyksittäin, kuten sanomalla joka toinen, joka viides tai kymmenes luku; taito laskea jostain annetusta luvusta eteen- tai taaksepäin sekä tieto lukumäärän säilyvyydestä eli siitä, että lukumäärä ei muutu siirrettäessä esineet kauemmaksi toisistaan. (Kinnunen, 2003, 2–5; Niilo Mäki Instituutti 2014; Vainionpää ym. 2003.)

Lapsen matemaattisia taitoja ensimmäisellä luokalla voidaan ennustaa tarkkailemalla lapsen laskemisen taitoja päiväkotikäisessä (Aunio & Niemivirta, 2010, 431). Lisäksi on tutkittu, että päiväkotikäisten ja ensimmäisellä luokalla olevien lasten taidot laskea ja erotella lukumääriä ennustavat myöhemmin lasten yhteen- ja vähennyslaskutaitoja (Jordan, Glutting, Ramineni & Watkins 2010, 182). Mitä sujuvammin lapsi siis kykenee liikkumaan lukujonolla eteen- ja taaksepäin, sitä helpompaa on lisääminen ja vähentäminen (Aunio ym. 2004, 205).

Tavallisesti matematiikka mielletään asiana, joka käsittelee arabialaisia numerosymboleita. Lapsen primäärin lukumääräisyyden tajun perustalle aletaan hyvin pian rakentaa ymmärrystä numerosymboleista. Numerosymbolien hallinnalla tarkoitetaan ”matematiikan kielen hallitsemista” eli lukusanan ja numerosymbolin yhdistämistä. Lapsen tulee oppia esimerkiksi, että ”5 on viisi” ja vastaavasti lukumäärien ilmaisemista numerosymboleilla ”viisi on 5” (Aunio 2008, 66). Tuota vaihetta pidetään yhtenä ratkaisevana askeleena lapsen matemaattisen ajattelun kehityksessä, sillä näiden kahden yhdistäminen ymmärryksen sekä käytön tasolla vaatii siirtymistä eri esitystapojen välillä. Sellaisten lasten, joilla on matematiikan oppimisvaikeuksia, on todettu muuntavan hitaammin lukumääriä matematiikan symbolikielelle (Geary, Hamson & Hoard 2000, 237; Defever, De Smedt & Reynvoet 2013, 3182.) Esiopetusikäisillä tuota taitoa voidaan harjoittaa toiminnallisesti usealla eri tavalla. Junttila ja Ristola (2011, 15) kannustavat ankkuroimaan lukua konkreettisesti eri aisteja käyttäen, kuten kehottamalla piirtämään numeroa vastaava määrä kuvia, näyttämään numerokortilla, kuinka monta kertaa kuula putoaa tai vaikkapa tunnustelemalla kertomaan, kuinka monta helmeä pussissa on.

2.4.3 Aritmeettiset perustaidot

Aritmeettisillä taidoilla tarkoitetaan pääsääntöisesti yhteen- ja vähennyslaskutaitoja. Ennen kuin lapsi voi oppia ymmärtämään yhteen- ja vähennyslaskuja, hänen tulee hallita monia osataitoja ja osata käyttää niitä myös samanaikaisesti (Hannula & Lepola, 2006, 133; Vainionpää ym. 2003, 293). Pohjatietoina aritmeettisissä taidoissa lapsi käyttää ymmärrystään lukukäsitteestä sekä taitoaan laskea luettelemalla (Kuvio 2). Lapsen tulee siis osata liikkua sujuvasti lukujonolla eteen- ja taaksepäin, ymmärtää lukuja ja lukumääriä sekä esimerkiksi käsitteitä *enemmän, vähemmän ja yhtä monta* (Aunio 2008, 67–68; Kinnunen ym. 1994, 60.)

Aritmeettisten taitojen kehitymisessä voidaan myös nähdä tietty vaiheittainen kehityksellinen järjestys. Aunio (2008, 67–68) ja Salmisen ja Varaman (2014, 19–20) mukaan eri vaiheet voivat olla lapsilla eri mittaisia ja kaikki vaiheet eivät ole selvästi lapsella nähtävissä. Varhaisemmassa vaiheessa lapsi esittää yhteenlaskun esineillä, mutta jättää lukusanan liittämättä siihen. Tätä vaihetta

ei välttämättä tunnista edes yhteenlaskuksi. Toisessa vaiheessa lapsi sen sijaan jo käyttää yhteenlaskussa tukenaan jotain konkreettista välinettä ja lukujonon luettelemista. Yleensä tässä kohtaan lapsi käyttää apuna sormiaan. Seuraavassa vaiheessa lapsi laskee ensimmäisestä luvusta eteenpäin eli esimerkiksi ottaa ensimmäiset pyydetyt kaksi esinettä ja jatkaa siitä eteenpäin seuraavat kolme esinettä lisäten "kolme, neljä, viisi". Vielä pidemmällä oleva lapsi osaa jo vaihdannaisuuden ja lähtee siis liikkeelle isommasta numerosta lisäten siihen kaksi seuraavaa. Kun lapsi on laskenut paljon yhteen- ja vähennyslakuja, voidaan puhua aritmeettisten yhdistelmien muistamisesta. Silloin lapsen ei enää tarvitse laskea kuinka paljon on $2+2$ vaan hän voi palauttaa pitkäkestoisesta muististaan vastauksen 4.

Lasten aritmeettisten taitojen oppimisvaikeuksissa voidaan havaita yhteyksiä lukemisen oppimisvaikeuksiin. Geary, Hamson ja Hoard (1999; 2000) tutkivat lasten aritmeettisiä taitoja ensimmäisellä ja toisella luokalla. Tutkimustulosten mukaan voitiin havaita, että heikko subitisaatiokyky oli yhteydessä sekä lukemisen että matematiikan oppimisvaikeuksiin. Epävarmuutta havaittiin samaisilla lapsilla myös laskemisprosesseissa. Kyseiset lapset käyttivät myös erityisen paljon erilaisia muistia tukevia strategioita laskuja tehdessään. Lisäksi heillä todettiin olevan vaikeuksia palauttaa muistista aritmeettisiä yhdistelmiä.

Hannula ja Lehtinen (2005, 257) huomauttavat, että valitettavan usein lasten matematiikan oppimiseen liittyvät pulmat jäävät huomaamatta koulun alkaessa ja vielä ensimmäisen luokan aikanaan. Koska oppimiseen kiinnitetään heidän mukaansa liian vähän huomiota esiopetuksessa, lapsi ei saa riittävästi tukea ja harjoitusta varhaisten matemaattisten taitojen osalta. Ne ovat kuitenkin tärkeä pohja seuraavien taitojen kehittymiselle. Tästä johtuen koulutulokkaan voi olla vaikea oppia yhteen- ja vähennyslaskuja ilman riittävän vankkaa ja monipuolisen harjoittelun tuottamaa ymmärrystä aritmeettisistä taidoista.

2.4.4 Matemaattisten suhteiden ymmärtäminen

Suhdekäsitteillä tarkoitetaan kykyä vertailla eri perustein erilaisia asioita sekä kykyä ymmärtää avaruudellisia ja ajallisia käsitteitä. Lisäksi siihen voidaan katsoa kuuluvan taidon luokitella asioita ja sarjoittaa esimerkiksi värien tai koon suhteen ja myöhemmin jatkaa sarjaa numeroiden avulla. (Niilo Mäki Instituutti 2014; Vainionpää ym. 2003.)

Esi- ja alkuopetuksen ryhmissä tavataan paljon niitä lapsia, joille suhde- ja suuntakäsitteet eivät ole kunnolla vielä selkiytyneet. Tämä voi ilmetä esimerkiksi siten, että lapsi ei erota omaa oikeata ja vasenta kättään. Salminen ja Varama (2014, 10) selventävät, että suhdekäsitteet ovat sanoja, jotka ilmaisevat asioiden, tapahtumien ja henkilöiden välisiä suhteita. Näitä suhteita ovat

myös määrää ilmaisevat käsitteet, kuten *molemmat, pari, yhtä monta, joka toinen, enemmän ja vähemmän*. Avaruudellisia suhteita ilmaisevat sellaiset käsitteet, kuten *vieressä, takana, edessä, alapuolella, päällä ja alla*. Suhdekäsitteisiin liitetään myös aikaa ja ominaisuuksia ilmaisevat käsitteet kuten *joskus, ennen, samanlainen, erilainen, leveä ja kapea*. Suhdekäsitteiden omaksuminen perustuu siis hyvin pitkälle lapsen arkipäivän kokemuksiin ja havaintoihin. Niiden opettelussa keskeistä on opettajan tai kasvattajan antama kielellinen malli ja siksi lasta on kannustettava kielentämään ja kuvailemaan omassa puheessaan ajatteluaan ja tarkoitustaan.

Suhdekäsitteiden huonon hallinnan on todettu olevan yhteydessä vaikeuksiin hahmottaa ja arvioida suuntia ja etäisyyksiä (Numminen & Sokka 2009, 142). Lapsi ei välttämättä osaa arvioida, kuinka kaukana jokin esine on tai osoittaa, että missä jokin tietty paikka tai kohde sijaitsee. Lisäksi vaikeuksia voi tällaisella lapsella ilmetä numeroiden järjestykseen laittamisessa tai kirjoittaessa kirjaimia. (Numminen & Sokka 2009; Ikonen 2000, 115.)

2.4.5 Esimatemaattiset taidot

Junttila ja Ristola (2011) ovat koonneet verkkoon Opetushallituksen kustantaman ”Näppituntuma”-materiaalin, jossa on selkeitä toimintavinkkejä siihen, miten toteuttaa alkuopetuksen matematiikkaa toiminnallisesti. He käyttävät varhaisista matemaattisista taidoista nimitystä ”esimatemaattiset taidot”. Näihin kuuluvat heidän mukaansa luokittelu, vertailu, jonojen muodostaminen eli sarjan jatkaminen ja muutoksen havaitseminen. Lisäksi niihin kuuluvat määrää ilmaisevien käsitteiden kuten *enemmän, vähemmän ja yhtä monta* hallitseminen sekä avaruudellisten käsitteiden kuten *oikealla, vasemmalla, ala- ja yläpuolella* ymmärtäminen. Junttila ja Ristola (2011) tähdentävät, että esimatemaattisten taitojen osaaminen on edellytys matemaattisten taitojen etenemisen kannalta. Näppituntuma-materiaalin toimintavinkit onkin koottu siten, että aluksi harjoituksia tehdään omalla keholla, sen jälkeen oppilasryhmillä ja vasta sitten konkreettisilla välineillä. Lopuksi voidaan siirtyä käyttämään lasten kanssa matematiikan symbolikieltä. Tällaisen toimintatavan tarkoituksena on saada lapsi ymmärtämään, että matematiikkaa voi ilmaista monella muullakin tavalla kuin numerosymboleilla (Johnsen Høines 1997, 84). Kun esimatemaattiset taidot ovat hallinnassa, voidaan siirtyä eteenpäin käsittelemään lukuja ja lukumääriä 0–5 ja siitä eteenpäin (Junttila & Ristola 2011, 9).

Esimatemaattisia taitoja pidetään hyvin tärkeinä. Esimerkiksi matematiikkaterapiassa aloitetaan matematiikan oppimisvaikeuksien kuntouttaminen juuri esimatemaattisten taitojen vahvistamisella. Ikäheimon (2014) mukaan matematiikkaterapia on kehitetty erityisesti 1.–6.-luokkalaisille oppilaille, joilla on merkittäviä oppimisvaikeuksia matematiikassa. Tällaisille lapsille

on tyypillistä, että he käyttävät laskiessaan paljon sormia. Matematiikkaterapian tarkoituksena on, että oppilaan kanssa käydään esimatemaattisista taidoista lähtien läpi matematiikan käsitteitä konkreettisen materiaalin avulla, jolloin lapsi voisi sisäistää kokemusten avulla asiat sisäisiksi kuviksi. Se auttaa lasta ymmärtämään matematiikan symbolikieltä.

3 VARHAISTEN MATEMAATTISTEN TAITOJEN TUKEMINEN ESIOPETUKSESSA

Kouluun mentäessä lapsella tulisi olla vahva pohja ja ymmärrys esimatemaattisista taidoista. Esiopetusvuoden jälkeen lapsen olisi myös hyvä osata liikkua sujuvasti lukujonolla vähintään lukualueella 1–20 asti. Kinnusen (1994) mukaan lapset voivat suoriutua helpommista lukujonotehtävistä ilman, että ymmärtävät niiden matemaattista sisältöä tai käyttävät matemaattisloogista ajattelua. Tällöin ymmärrys ei riitä aritmeettisten taitojen harjoitteluun, joiden osaamista vaaditaan jo heti ensimmäisellä luokalla. Ensimmäisellä ja toisella luokalla tavoitteena on esimerkiksi lukujen ja laskutoimitusten osalta käsitellä lukumääriä, lukusanoja ja numerosymboleita. Tavoitteena on oppia ymmärtämään lukujen ominaisuuksia kuten vertailua, luokittelua, järjestykseen asettamista, lukujen hajottamista sekä niiden kokoamista konkreettisin välinein. Lisäksi lapsen tulisi oppia ymmärtämään kymmenjärjestelmän rakentumisen periaatteet, kymmenylitys sekä osata laskea yhteen- ja vähennyslaskuja lukualueella 0–100. (Opetushallitus 2004, 158.) Kertolaskuja ja alkeellisia jakolaskuja aletaan harjoittelemaan jo toisella luokalla. Sen vuoksi olisi tärkeää, että lapsen matemaattiset taidot ovat kehittyneet niin, että hän kykenee jatkamaan matematiikan oppimistaan tälle tasolle.

Esiopetuksessa varhaisia matemaattisia taitoja tulisi tukea systemaattisesti. Kun lasten taitotaso kartoitetaan huolellisesti jo esiopetusvuoden alussa, voidaan tukikin kohdentaa oikein. Lasten matemaattisten taitojen kartoittamiseen voidaan havainnoinnin lisäksi käyttää erilaisia yksilö- tai ryhmätestejä. Niiden avulla voidaan seuloa tarkemmin se, millä alueilla lapsi tarvitsee tukea. Seuraavissa alaluvuissa olemme kuvanneet niitä seikkoja, joiden avulla heikoimmatkin lapset voivat esiopetuksessa mielestämme saada parhaan mahdollisen tuen oppimiseensa. Olemme nostaneet esiin seuraavia asioita: Lapsi tulee nähdä aktiivisena toimijana oppimisprosessissa, jolloin hän rakentaa itse tietoa kokemustensa kautta. Lapsen vanhemmat tulisi ottaa mukaan tiiviiseen yhteistyöhön esiopetuksen kanssa, jolloin taitoja voidaan harjoitella myös kotona. Lapselle tulisi antaa mahdollisuus ilmaista omaa ajatteluaan kielentämällä sitä, miten hän jonkun asian teki.

Lapselle tulisi myös antaa tilaisuuksia toimia pienemmässä ryhmässä, vuorovaikutuksessa vertaistensa kanssa. Silloin hänellä olisi mahdollisuus käyttää monipuolisemmin matematiikan eri kieliä oppiessaan.

3.1 Matemaattinen kielentäminen

Kieli ei ole vain kommunikointiväline vaan myös väline siihen, miten rakennamme käsitystämme maailmasta. Muodostamme käsityksiä ilmaisemalla asioita kielen kautta. Lapset puhuvat paljon itsekseen. Vygotskyn (1978) mukaan itsekseen puhuminen on tärkeä vaihe lapsen ymmärryksen kehittymisessä. Lapsi ohjaa omaa toimintaansa puheen kautta. Vähitellen lapsi lopettaa ääneen puhumisen ja siirtyy kuiskaamaan asioita ja lopulta puhe siirtyy osaksi ajattelua, sisäiseksi puheeksi. (Johnsen Høines 2000, 98.) Myös matematiikan käsitteitä suullisesti kielentämällä oppija voi jäsentää matemaattista ajatteluaan sekä itselle että toisille. Sen avulla voidaan myös arvioida, miten oppija on asiat oppinut ja kuinka hän matemaattiset tehtävät ratkaisee. (Joutsenlahti 2003, 192; Joutsenlahti & Rättyä 2015, 54.) Lähtökohtaisesti matematiikan kieli nähdään siis semanttisen merkin osalta samanlaisena kuin luonnollinen kieli. Voimme ajatella sen olevan osa oppilaan kieliresurssia (Joutsenlahti, Kulju & Tuomi 2012).

Esiopetuksen alkaessa lapsella on paljon kokemusta arjessa ilmenevistä matemaattisista ulottuvuuksista ja ongelmanratkaisutilanteista. Johnsen Høines (2000, 34) tähdentää, että lapset ovat saaneet kokemuksiaan arkipäiväisissä tilanteissa; kaupassa asioidessaan, jakaessaan karkkeja tasan kaverin kanssa tai odottaessaan sitä, että lastenohjelmat alkavat kun kellon viisarit ovat tietyssä asennossa. Näitä ja monia muita asioita tiedostaen aikuisten tehtävä on tuoda arkipäivän matematiikka tarpeeksi lähelle ja nimenomaan luokkatilanteisiin, jotta lapsi oppii yhdistämään asioita koulun symbolisen ja arjessa tapahtuvan matematiikan välille. Luonnollisen kielen avulla käydyt epäformaalit vertaisryhmän sisäiset keskustelut kiinnittävät matemaattiset käsitteet lasten arkielämän kokemuksiin ja luovat niille siten merkityksiä (Joutsenlahti & Rättyä 2011, 172).

Johnsen Høines (2000, 37–39) jatkaa, että lapset käyttävät puheessaan lukuja ja lukusanoja, mutta kielentäminen voi olla myös paljon muutakin kuin lukujen sanallista ilmaisemista. Lapset ilmaisevat laskemistaan myös hyvin usein esimerkiksi nostamalla samalla sormia. Sormilla näyttäminen on siis yksi matemaattisen ajattelun kielentämisen muoto. Samoin myös käsin kosketeltavaa toimintamateriaalia käsitellessä lapsi käyttää taktiilisen toiminnan kieltä (Joutsenlahti & Rättyä 2015, 51). Neljäs kielentämisen muoto, jota lasten kanssa on luonnollista käyttää, on piirtäminen. Piirtämisen kautta voidaan havainnollistaa lapsille sitä, kuinka ajattelu rakentuu

esimerkiksi laskettaessa esineitä ja asioita. Piirtämällä on helppo ratkaista myös yksinkertaisia laskutarinoita. (Alén 2012; Johnsen Høines 2000.)

Kielentäminen nähdään siis työkaluna omaan ajatteluun. Se on matemaattisen tiedon prosessointia, jota ohjaavat ajattelijan metakognitiot (Joutsenlahti & Rättyä 2015, 48). Tärkeintä kuitenkin kielentämisessä on se, että oppilaalle rakentuu käsitteen oikea sisältö, eikä pelkät nimet vailla sisältöä (Joutsenlahti & Kulju 2010, 54–55). Ryhmässä toimiminen auttaa lasta käyttämään vertaisryhmän apua, sillä toiselle selittäminen selkeyttää omaa ajattelua ja oma kieli tulee näin valjastettua matematiikan oppimiseen. Ääneen puhuminen voi myös edistää lapsen päättelykykyä. Chapin, O'Connor & Canavan Anderson (2009, 7–10) selventävät, että loogisen ajattelun osa-alueet voidaan opettaa yhteisen keskustelun avulla. Sen vuoksi lasten kanssa tulisi keskustella paljon yhdessä, jolloin lapset oppivat perustelemaan omaa ajatteluaan ja esitettyjä väitteitä. Opettajan tehtävä on ohjata keskustelua. Lapsia voi esimerkiksi pyytää kertomaan ratkaisunsa omin sanoin ja perustelemaan tekemänsä ratkaisut muille. Muita kuunnellessa vähitellen lapset oppivat ilmaisemaan ajatuksiaan monipuolisemmin.

Koulumatematiikassa tunneilla keskitytään liian paljon siihen, että saadaan vain tehtävät tehdyksi, jolloin ymmärtäminen ja uuden asian oppiminen jäävät tällöin toisinaan sivuseikaksi (Higgins 2003, 56; Schleppegrell 2010, 86). Higginsin (2003, 56–59) väittää, että ongelmat matematiikassa ovat todellisuudessa ongelmia vuorovaikutuksessa ja ymmärtämisessä. Hän vertaakin matematiikan oppimista vieraan kielen oppimiseen; matematiikan oppimisessa on samanlaisia haasteita kuin vieraan kielen oppimisessa. Higgins osallistui kolmeen tutkimusprojektiin, joiden tarkoitus oli kehittää alakoulun oppilaiden matemaattisen ajattelun taitoja. Ensimmäisessä projektissa opettaja ohjasi oppilaita kertomaan suullisesti, miten he olivat mielessään ajatelleet laskiessaan laskuja. Tämä auttoi lapsia sekä opettajaa huomaamaan, mikäli joku ei ollut ymmärtänyt tehtävää oikein. Toisessa tutkimusprojektissa oppilaita ohjattiin ratkaisemaan tehtäviä keskustelemalla yhdessä. Sen seurauksena useat heikommat oppilaat paransivat oppimistuloksiaan, sillä he olivat oppineet uusia tapoja ajatella tehtävien ratkaisemisen aikana. Kolmannessa tutkimusprojektissa oppilaita ohjattiin yksinkertaisen pelin avulla käyttämään puheessa monipuolisesti matemaattisia käsitteitä. Pelin seurauksena oppilaiden vuorovaikutus matematiikan tunneilla lisääntyi. Vuorovaikutusta tietoisesti lisäämällä voidaan siis parantaa oppimistuloksia.

Matematiikan kielentämistä on Suomessa tutkittu verrattain vielä vähän. Näveri, Ahtee, Laine, Pehkonen ja Hannula (2013, 96) tutkivat erilaisia tapoja johdatella lapsia ongelmaratkaisutehtävään. Heidän mukaansa jo alaluokilta lähtien tulisi oppilaille antaa sellaisia tehtäviä, joissa he joutuisivat selittämään, miten he annettujen tietojen pohjalta päätyivät

tietynlaiseen johtopäätökseen ja kuvaamaan sanallisesti ajatteluaan muille. Joutsenlahti ja Kulju (2010, 53–59) sekä Joutsenlahti ja Rättyä (2011, 170–185) tutkivat matematiikan kielentämistä Sanan lasku -projektissa. Projektin aikana tutkittiin sitä, miten äidinkielen opiskelu ja matematiikka tukevat toisiaan. Projektin aikana oppilaita ohjattiin hyödyntämään äidinkielen taitojaan matematiikan opiskelussa ja toisaalta matematiikan opiskelussa käytettäviä ongelmaratkaisutaitoja äidinkielen kieliopin opiskelussa. Johtopäätöksenä todettiin, että nämä oppiaineet tukevat toisiaan ja oppilaan ajatusprosessi tulisi tuoda esiin sekä matematiikan tehtävissä että kielioppia opiskeltaessa.

Joutsenlahti ja Kulju (2010, 54) korostavatkin sitä, että opettajan tulisi käyttää opetuksessaan oikeita matemaattisia käsitteitä, jolloin oppilaat voivat ottaa mallia opettajan puheesta omaan puheeseensa. Tutkijat painottavat vertaisoppimisen tärkeyttä, jotta oppilaiden oma kieli tulisi valjastettua matematiikan ymmärtävään oppimiseen. Oppilaan kannalta tärkein hyöty kielentämisessä on oman ajattelun jäsentäminen ja kehittäminen. Joutsenlahti ja Rättyä (2011) puolestaan lisäävät, että suullinen kielentäminen onnistuu yleensä parhaiten sellaisilta pareilta, joiden matematiikan taitotaso on lähellä toisiaan. Taitotasojen eroavaisuuksien johdosta on siis tärkeää eriyttää opetusta lasten kannalta niin, että saman tasoiset saisivat opiskella saman tasoisten kanssa.

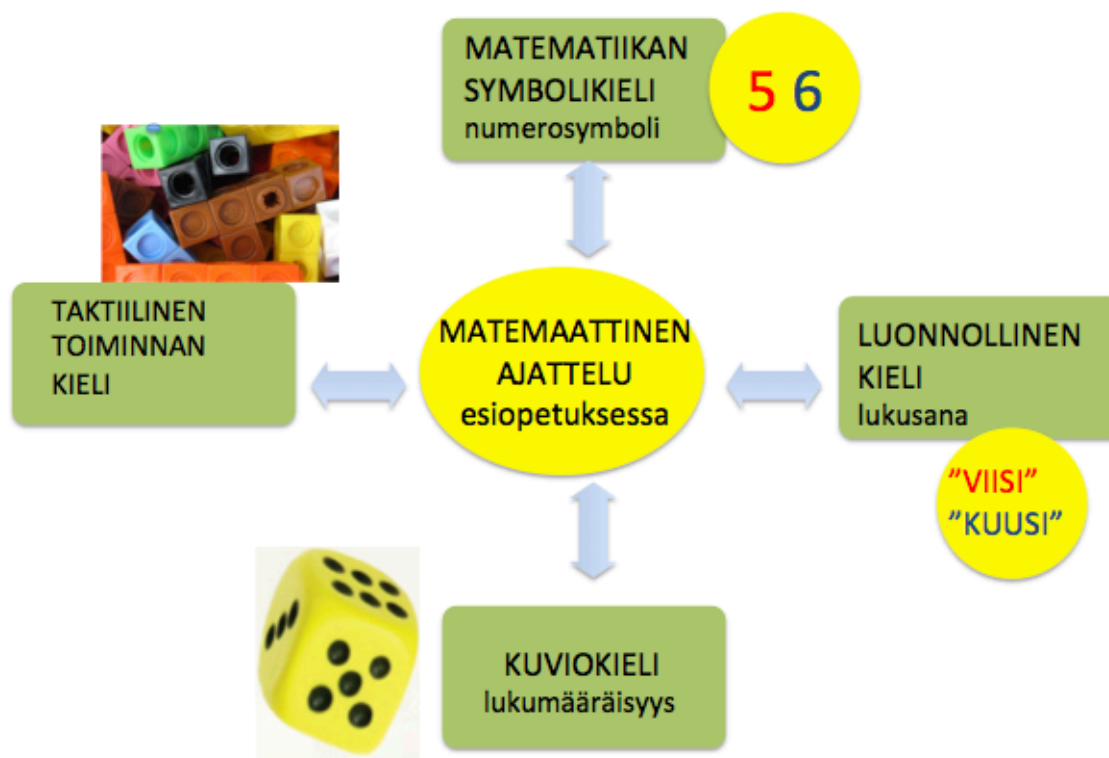
Alén (2012) tutki pro gradu -tutkielmassaan matematiikan kielentämistä piirtämällä ratkaisemisen näkökulmasta matematiikan sanallisissa tehtävissä. Tutkimuksen kohteena hänellä olivat alakoulun toisella luokalla olevat oppilaat. Projektissa lapsia ohjattiin ratkaisemaan sanallisten tehtävien solmukohtia piirtämällä ja ohjaamalla heitä kertomaan suullisesti ratkaisuistaan muille. Oppilaiden todettiin oman arvion ja testien mukaan hyötyvän piirtämisestä sanallisten tehtävien ratkaisemisessa. Piirtämisen todettiin tukevan oppilaiden strategista ja teknistä ratkaisuprosessia. Lisäksi piirtäminen paransi lasten suhtautumista matematiikan opiskeluun.

Esiopetusikäisten matematiikan kielentämisestä on tehty yksi pro gradu -tutkielma sekä yksi kandidaatin tutkielma Tampereella. Aunonen ja Melartin (2004) tutkivat sitä, mitä kielentäminen esiopetusikäisillä on ja mikä opettajan rooli on kielentämiseen ohjaamisessa. Heidän tutkimustulostensa mukaan matematiikan kielentäminen esiopetuksessa on matemaattisten käsitteiden ilmaisemista suullisesti, kuvallisesti, leikkien, sormia tai muuta kehoa apuna käyttäen sekä havainto- ja toimintamateriaaleja hyödyntäen. Opettajan rooli nousi merkittäväksi matemaattisten ajatusten kielentämiseen ohjaamisessa. Matematiikan suullista kielentämistä tutkittiin esiopetusikäisillä lapsilla sanallisten tehtävien ratkaisemisessa (Niittumäki, 2010). Tutkimustulosten mukaan suullista kielentämistä voidaan kehittää lyhyenkin ajan sisällä ohjaamalla sen harjoitteluun. Suullisen kielentämisen myös todettiin auttavan lasta sanallisten tehtävien ratkaisuprosessissa.

3.2 Koodinvaihto ja multisemioottinen systeemi

Koodinvaihdolla voidaan tarkoittaa useita eri asioita riippuen siitä, missä kontekstissa siitä puhutaan. Puhuessaan ihminen voi vaihtaa kieltä, kielimuotoa tai murretta samassa yksittäisessä keskustelutilanteessa tai jopa yksittäisessä lauseessa tai sanassa. (Solano-Flores 2010, 122; Kalliokoski 2009, 13.) Matematiikan kielentämisessä koodinvaihdosta puhutaan silloin, kun liikutaan kolmen eri kielen välillä: luonnollisen kielen, kuviokielen sekä symbolikielen välillä (Joutsenlahti & Kulju 2010). Tätä voidaan kutsua multisemioottiseksi systeemiksi, jossa matemaattisen ajattelun merkitykset rakentuvat. Kun tarkastellaan erilaisia matemaattisia käsitteitä ja ilmiöitä, liikkuminen näiden kolmen kielen välillä syventää matemaattisten asioiden ymmärtämistä. Koodinvaihtoa oppija voi käyttää hyväksi liikkumalla eri kielten välillä sen mukaan, mikä on oppijalle paras tapa ratkaista tehtävä. (Joutsenlahti & Rättyä 2015, 51.)

Erityisesti pienten lasten kohdalla tarvitaan lisäksi vielä jotain muuta. Esiopetuksessa tärkeintä kaikessa oppimisessa on toiminnallisuus ja tekemällä oppiminen. Joutsenlahti ja Rättyä (2015, 52) ovatkin lisänneet kolmen kielen malliin neljännen kielen, taktillisen toiminnan kielen. Kuvassa 3 olemme havainnollistaneet sitä, miten matemaattista ajattelua neljän kielen avulla voi esiopetuksessa kuvata. Esimerkiksi numeroita tulisi harjoitella esiopetuksessa tasaisesti näiden kaikkien kielten avulla. Aikuisen tehtävänä on tukea lasta tässä kielten välisessä koodinvaihdossa.



KUVA 3. Matemaattisen ajattelun ilmaiseminen esiopetuksessa, kun käsitellään numeroita ”viisi” ja ”kuusi” neljän kielen avulla: luonnollinen kieli, kuviokieli, matematiikan symbolikieli ja taktiilinen toiminnan kieli. Mukaillen Joutsenlahti ja Rättyä (2015).

Taktiilinen toiminnan kieli (Kuva 3) on kuin ”ajattelua käsien kautta”, jolloin matemaattista ajattelua voidaan ilmaista esimerkiksi käsin manipuloitavan toimintamateriaalin avulla. Toimintamateriaali voi olla itse tehtyä tai ostettua. Toimintamateriaalin hankkimisessa ja valmistamisessa vain mielikuvitus on rajana. Matematiikan opetuksen toiminnallisuus on havaittu hyväksi Suomen kouluissa. Erityisesti unkarilaisesta matematiikan opetuksesta on otettu mallia paljon esi- ja alkuopetukseen. Tikkasen (2008, 51–68) mukaan unkarilaisessa matematiikassa korostetaan paljon erilaisten käsitteiden omaksumista, äidinkielen käyttöä tehtävien ratkaisemisessa sekä yhteistä keskustelua, välineiden käyttöä sekä toiminnallisuutta. Esineellisellä toiminnalla voidaan varmistaa se, että lapsi voi kokea matemaattiset käsitteet monen eri aistihavainnon kautta. Toimintavälineiden avulla voidaan mahdollistaa kaikkien omakohtaiset kokemukset sekä taataan oppilaalle mahdollisuus havainnoida omaa ajattelua tietoisesti. Oppilas voi saada myös kuulo- ja tuntoaistimuksia, kun lukumääriä esimerkiksi taputetaan, tömistetään tai soitetaan.

Matematiikan symbolikielellä (Kuva 3) tarkoitetaan matemaattisia symboleita, joita käyttämällä saadaan aikaan erilaisia lausekkeita (Joutsenlahti & Rättyä 2011, 52). Esiopetuksessa tutustutaan tavallisesti yksinkertaisimpiin symboleihin, kuten numeroihin ja *plus*-, *miinus*- sekä *on*

yhtä suuri kuin -merkkeihin. Luonnollisella kielellä puolestaan tarkoitetaan oppilaan äidinkieltä, jonka avulla ilmaistaan matematiikan symbolit lukusanoina. Oppilaan luonnollisen kielen käytössä voidaan havaita hänen ymmärryksensä matemaattisista asioista. (mt. 173.) Kuviokieltä taas käytetään silloin, kun konkretisoidaan matematiikan kieltä. Esimerkiksi pisteillä ilmaistut lukumäärät ovat kuviokieltä. Ensimmäiseksi lapsi törmää matematiikan kuviokieleen pelatessaan noppapelejä. Opettajan tulisi tiedostaa matematiikan opetuksessa tämä kielten monipuolinen käyttö, jotta oppiminen voisi olla kokonaisvaltaista.

3.3 Lapsi aktiivisena toimijana

Varhaisten matemaattisten taitojen tukemisessa tulisi ottaa myös huomioon lapsen asema oppimisprosessissa. Lapsen tulee olla oppimisprosessissa itse aktiivinen toimija, eikä vain passiivinen vastaanottaja (Tynjälä 1999, 38). Kronqvistin ja Kumpulaisen (2011, 22) mukaan edellä mainittu ajattelutapa liittyy konstruktivistiseen oppimiskäsitykseen. Sen mukaan oppiva yksilö on ajatteleva, motivoitunut, toimiva ja tavoitteita asettava. Oppijan nähdään silloin säätelevän ja ohjaavan omaa käyttäytymistään eikä toimivan pelkästään ulkoisten vahvistajien ohjaamana. Lapset eivät omaksu uusia käsityksiä ja tietoa ulkoa oppimalla, vaan he rakentavat itse tietoa aikaisempien kokemustensa varaan (Tynjälä 1999, 38). Engeström (1987, 19) puolestaan muotoilee asian niin, että oppiminen on uuden tiedon sulauttamista aikaisempiin tietorakenteisiin, jotka sitten ohjaavat oppijan tarkkaavaisuutta, valintoja ja tulkintoja.

Oppimisen tarpeen nähdään syntyvän oppijasta ja hänen tietojensa puutteista. Tämä tarkoittaa sitä, että oppimista edistävän ympäristön tulisi antaa lapselle haasteita hänen omalla kehitystasollaan niin, että oppiminen mahdollistuu. (Kronqvist & Kumpulainen 2011, 22.) Esiopetusikäinen lapsi lähestyy innolla oppimistehtävää ja toimii aktiivisesti oppimistilanteen parissa, kunhan opittava asia esitetään tarpeeksi mielenkiintoisella tavalla. Kronqvist ja Kumpulainen (2011, 22) lisäävät vielä, että koska konstruktivistinen oppimiskäsitys näkee tiedon luomisen tapahtuvan kokemuksista, tulee oppimisympäristön olla autenttinen ja realistinen. Siinä korostuu yksilön rooli tiedon prosessoijana ja ympäröivän todellisuuden aktiivisena jäsentäjänä. Yksilö voi oppia vain suhteessa aikaisempaan tietoonsa. Tieto on jotakin, joka nähdään oppijan rakentavan itse ja joka muuttuu ja elää. Tieto nähdään pohjimmillaan yksilön kokemusmaailman uudelleen organisoitumisena. Ei siis riitä, että kasvattaja opettaa nykytietoa, vaan lapselle on ennen muuta luotava edellytykset oppia jatkuvasti uutta.

Lapsi oppii parhaiten silloin, kun otetaan huomioon lapsen oma kokemusmaailma ja lapsen aikaisemman tiedon perusta. Tynjälä (2004, 61–65) tähdentää, että lasten metakognitiivisia taitoja

tulisi kehittää, eli lapsia tulisi ohjata asteittain lisääntyvän oppimisen itsesääteelyyn. Tärkeää olisi ohjata lasta rakentamaan merkityksiä erilaisista asioista. Esimerkiksi luku- ja numerosymbolien ulkoa oppimisella ei ole merkitystä, jos niitä ei osata yhdistää mihin ne liittyvät. Asioilla voi olla eri lapsille erilainen merkitys ja lapset oppivat kukin eri tavalla, sillä kiinnostuksen kohteet voivat myös vaihdella. Sosiaalisessa vuorovaikutuksessa lapsi saa mahdollisuuden jakaa tietoaan ja kertoa oman näkökulmansa asiasta sekä omaksua vaikutteita omaan ajatteluunsa. Pienempi ryhmä mahdollistaa tällaisen ajatusten vaihdon ja tiedon vuorovaikutuksellisen rakentamisen paremmin kuin suuri ryhmä. Mitä pienemmästä lapsesta on kyse, sitä suurempi merkitys ryhmäkoolla on oppimisessa.

3.4 Pienryhmätoiminta eriyttämisen keinona

Oppimista voidaan tukea kiinnittämällä huomiota ryhmäkokoon. Pienemmän ryhmäkoon vaikutuksista parempiin oppimistuloksiin on kiistely viime vuosien aikana, mutta Tulevaisuuden peruskoulu -hankkeen selvityksen perusteella tultiin siihen lopputulokseen, että pienet opetusryhmät takaavat varsinkin heikommista taustoista tulevien lasten oppimisen (Kirjavainen, Pekkarinen & Uusitalo 2015, 53–54). Aho (2001, 10; 22) painottaa, että saman ikäisten lasten kehityksessä saattaa olla suuria eroja, sillä lapsen henkinen kehitys ei seuraa yksinomaan biologista kehitystä. Tämä tekee oppijoiden joukosta hyvin heterogeenisen, mikä puolestaan voi aiheuttaa pulman opettajalle, sillä opetuksen tulisi tavoittaa kaikki oppijat ja mahdollistaa heille aktiivinen osallistuminen opetukseen. Tämän johdosta osa oppijoista tarvitsee jonkinlaista eriyttämistä.

Oppiminen voidaan nähdä sosiaalisena prosessina ja näin ollen lapsi rakentaa tietopohjaansa vähitellen ajatusten, toiminnan, kokemusten ja elämysten pohjalta vuorovaikutuksessa ihmisten ja ympäröivän maailman kanssa. Oppiminen on siis vuorovaikutustoimintaa ja lapsiryhmä tulisi nähdä resurssina, joka mahdollistaa yksittäisen lapsen kehittymisen. Jotta tämä onnistuisi, tulisi ryhmän olla tarpeeksi pieni ja pysyvä. (Hakkola & Virsu 2000, 39–42.) Kanninen ja Sigfrids (2012, 124) esittävät, että riittävän pieni ryhmä tarkoittaisi varhaiskasvatusikäisillä 3–7 lasta yhtä aikuista kohden. Pienryhmän koossa tulee ottaa huomioon lapsen ikä sekä tuen tarpeet. Pienryhmät voivat tarjota mahdollisuuden lapsen yksilöllisempään opetukseen ja huomioimiseen. Pienryhmässä yksittäiselle lapselle jää usein enemmän aikaa.

Varhaiskasvatuksessa on Raittilan (2013, 69–89) mukaan 2000-luvulla siirrytty pienryhmätoimintaan suurien lapsiryhmien pienentämiseksi. Päiväkodit soveltavat pienryhmätoimintaa parhaaksi katsomallaan tavalla. Lapsiryhmän lapset saatetaan jakaa aikuisten kesken niin, että yhdellä aikuisella saattaa olla vastuullaan esimerkiksi 7 lasta. Tavallista on myös

parityöskentely, jolloin kahdella aikuisella voi olla ohjattavanaan 15 lasta. Pienryhmissä toimitaan usein muutaman kerran viikossa. Tarkoituksena on, että näin lapsen yksilöllisyys voidaan ottaa paremmin huomioon. Pienryhmätoiminta perustuu Karlssonin (2005, 89) mukaan aktiivisuuteen, omatoimisuuteen ja mahdollisuuteen antaa ryhmäläisten jakaa ajatuksia enemmän kuin isommassa ryhmätyöskentelyssä. Lisäksi pienessä ryhmässä on mahdollista keskittyä kiinnittämään huomiota siihen, miten lapsi perustelee ja sanoittaa omaa toimintaansa, jolloin kielentämisen avulla on mahdollista tukea oppimista. Yhdessä oppiminen tuo usein esiin näkökulmia, joita ei välttämättä kukaan muu ryhmästä ole tullut ajatelleeksi. Opettajalla on myös riittävästi aikaa jokaisen lapsen tarpeisiin ja lisäksi pienessä ryhmässä lapsi saa tarpeeksi aikaa tehtävien suorittamiseen (Adenius-Jokivuori & Linnilä 2001, 160).

Myös Mutanen (1998, 12) muistuttaa siitä, että kaikki opettaminen on kouluissa eritasoisten opettamista. Hän on tutkinut esiopetuksen merkitystä matematiikan opiskelulle alkuopetuksessa. Aina kun opetettavana on enemmän kuin yksi lapsi, opettaja joutuu miettimään yksilöllisten erojen huomioon ottamista opetuksessa. Vaikka joskus tuntuu siltä, että on hyödyllistä ryhmitellä lapset jonkun kriteerin perusteella, syntyneet ryhmät eivät kuitenkaan ole koskaan täysin homogeenisia. Perinteisesti opetus on aina ajateltu ottamaan huomioon keskitasoiset oppijat. Nopeasti suorittavat eivät saa opettajalta tarpeeksi rohkaisua ja virikkeitä, koska opettajan aika ei siihen riitä. Hitaammin oppivat taas voivat saada tunteen, että eivät kykene ratkaisemaan tehtävää itsenäisesti.

Matematiikan opetuksen kansainväliseen komission ICMI:n selvityksen (1990) mukaan matematiikan saavutustasossa esiintyvän merkittävän vaihtelun vuoksi opetuksen tehokas eriyttäminen on välttämätöntä. Sen mukaan esiopetuksen ja koulun on tarjottava oppilailleen erilaisia "matematiikan ruokalistoja". Komissio esittää joitakin eriyttämiskäytäntöjä. Yksi näistä ratkaisuksista on, että lapsilla olisi mahdollisuus erilaiseen etenemisnopeuteen saman opetussuunnitelman puitteissa tai samaan etenemisvauhtiin ja samaan opetussuunnitelman, mutta kyvykkäämmät oppilaat kävisivät syvemmin asioita läpi. Opetuksen eriyttämistä suositellaan, sillä pienryhmätoiminnalla varmistetaan jokaisen lapsen aktiivinen työskentely. (Mutanen 1998, 12–13.)

Edellä mainitussa tutkimuksessa kävi ilmi esioppilaiden kohdalla se, että kun alkumittausten jälkeen lapset jaettiin tasojen perustella pienryhmiin ja pienryhmätoiminnassa vahvistettiin esimatemaattisia taitoja, myös heikoimmalla tasolla olevat oppilaat kykenivät seuraavana vuonna suorittamaan matematiikkaa normaalin opetussuunnitelman mukaisesti. Erityisesti oppilaita innostettiin matemaattiseen ajatteluun ja omien ratkaisujen löytämiseen, sillä esiopetuksen päämääränä on opettaa lasta työskentelemään itsenäisesti ja etenemään yksilöllisesti. Opetuksessa pyrittiin ohjaamaan lapsia keksivään ja omaehtoiseen luovaan oppimiseen sekä kehittämään lasten ajattelun taitoja. Matematiikkaa tutkimuksessa opittiin osittain leikin, toiminnan ja keskustelun

avulla. Tällä pienryhmätoiminnalla oli merkittäviä vaikutuksia, sillä moni oppilas eteni matematiikassa asioihin, joita normaalisti käsitellään ensimmäisen luokan keväällä. (mt. 78.)

3.5 Vanhempien kanssa tehtävä yhteistyö

Kodin ja esiopetuksen välillä tehdään tiivistä yhteistyötä. Yhteistyön tulisi olla tavoitteellista ja tietoista sekä sen tulisi perustua avoimeen ja tasavertaiseen vuorovaikutukseen. Nisonen (2001, 50) painottaa, että vastuu lapsen kasvatuksesta on kodilla, mutta lapsen osallistuessa esiopetukseen, kasvatuksesta ja opetuksesta tulee kodin ja koulun yhteistyötä. Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2010, 33) painotetaan, että esiopetuksen ja kodin välillä tapahtuva vuorovaikutus lisää opettajan lapsen tuntemusta sekä auttaa häntä suunnittelemaan esiopetusta parhaalla mahdollisella tavalla. Esiopetuksen tehtävänä on tukea kodin kasvatustehtävää ja esimerkiksi lapsen tuen tarpeista tulee keskustella lapsen huoltajien kanssa. Nisonen (2001, 50) muistuttaa myös, että opettajan ja huoltajien välinen vuorovaikutus on onnistuneen esiopetuksen perusta eikä sen merkitystä voi liiaksi korostaa. Kun esiopetus on hyvin järjestettyä, on se tavoitteellista ja säännöllistä kodin ja esiopetuksen yhteistyötä, joka antaa huoltajille riittävästi tietoa lapsen tavoitteista ja edistymisestä. Opettajalla on suuri rooli, sillä hänen tulisi pyrkiä luomaan tietoisesti aikuisten välinen tasa-arvoinen suhde, jossa kummallakin osapuolella on oma asiantuntemuksensa ja vastuunsa. Yhteistyön tulisi siis ennen kaikkea perustua luottamukselle ja tunteeseen, että molemmat osapuolet vilpittömästi ajavat lapsen etua. Luottamus syntyy siitä, että huoltajat kokevat tulewansa kuulluiksi. Vastuunjakaminen puolestaan tarkoittaa sitä, että opettaja tuo keskusteluun oman asiantuntemuksensa koulutettuna kasvattajana ja osaa perustella ratkaisunsa huoltajille.

Yhteistyö tukee vanhemmuutta. Hujala, Puroila, Parrila ja Nivala (2007, 115) selventävät, että tämä tarve on syntynyt yhteiskunnallisten muutosten johdosta ja niiden vaikutuksesta perheiden arkielämään. Perinteiset tukijärjestelmät, kuten lasten isovanhempien mahdollisuus auttaa, ovat heikentyneet. Osittain vanhempien tukemisen tehtävä on siirtynyt yhteiskunnallisten tukijärjestelmien vastuulle. Tämä nähdään siis esiopetuksen kohdalla esiopettajan tehtävänä.

Kuten aikaisemmissa tutkimuksissa on tullut ilmi, lapsen aikaisempi elinympäristö ja siellä saadut kokemukset sekä vuorovaikutuksen laatu vaikuttavat lapsen matemaattisten taitojen kehittymiseen (Mattinen 2006; Aunio ym. 2004, 198). Lisäksi on todettu, että vanhempien aikainen “numeropuhe” oli yhteydessä lapsen myöhempiin matemaattisiin taitoihin. Levinen, Suriyakhamin, Rowen, Huttenlocherin ja Gundersonin (2010) pitkittäistutkimukseen osallistui 44 lasta. Lasten arkea seurattiin viisi kertaa 1,5 ja 2,5 ikävuoden välillä ja tutkittiin lasten ja vanhempien välisessä vuorovaikutuksessa esiintyvää “numeropuhetta”. Neljävuotiaana lasten taitoja kartoitettiin

lukumäärän kardinaalisuuden osalta. Tutkimuksissa havaittiin, että ne lapset, jotka olivat kuulleet kotona puhuttavan numeroista ja lukumääristä varhaislapsuudessaan, ymmärsivät paremmin neljävuotiaana lukumääriä, kuten esimerkiksi sen, että lukusana *neljä* merkitsee neljää esinettä.

Myös äitien asenteella matematiikkaa kohtaan on todettu olevan vaikutusta lapsen taitoihin. Cannon ja Ginsburg (2008) tarkastelivat esiopetusikäisten lasten äitien ajatuksia ja puhetta matematiikasta. Tutkimukseen osallistuneet äidit raportoivat, että he eivät tieneet, miten voisivat arjessa tukea lapsensa matemaattisten valmiuksien kehittymistä, koska he eivät pitäneet matematiikkaa kiinnostavana. Sen sijaan kielellisen kehityksen tukeminen olisi ollut heidän mielestään luontevampaa. Vanhempien tulisi tiedostaa omat asenteensa matematiikkaa kohtaan, sillä asenteet välittyvät puheessa lapsille. Tutkijat ehdottavatkin, että vanhemmille tulisi jakaa tietoa siitä, miten matematiikkaa esiopetuksessa opetetaan ja miten matematiikan oppimista voitaisiin tukea kotona ja arkitilanteissa.

4 TUTKIMUSKYSYMYKSET

Tässä tutkimuksessa oli tarkoitus perehtyä esiopetusikäisten lasten varhaisten matemaattisten taitojen tukemiseen. Tutkimuksessa selvitettiin ensimmäiseksi kahden esiopetusryhmän lasten matemaattisten valmiuksien tasoa esiopetusvuoden alussa. Sen jälkeen kartoitettiin kyselylomakkeen avulla näiden lasten vanhemmilta sitä, miten matematiikka on esillä heidän arjessaan kotona. Vanhempien vastauksia verrattiin lasten taitotasoon. Lisäksi tutkimusjoukosta poimittiin taitotasoltaan heikoimmat ja annettiin heille esimatemaattisia taitoja tukevaa opetusta ”Noppakerhon” muodossa kymmenen viikon ajan. Kerhokertojen pedagogisena lähtökohtana oli matemaattisen ajattelun ilmaiseminen neljän eri kielen kautta; luonnollisen kielen, kuviokielen, matematiikan symbolikielen sekä taktiilisen toiminnan kielen avulla. Tarkoituksena oli selvittää, miten pienryhmätoiminta vaikuttaa lasten taitojen kehittymiseen ja miten pienryhmätoimintaan osallistuvat lapset kielentävät matematiikkaa.

Tutkimuskysymykset tässä tutkimuksessa olivat:

1. Kuinka kotona tapahtuva arjen matematiikka näkyy esiopetusikäisten lasten matemaattisissa taidoissa?
2. Minkälaisia vaikutuksia intensiivisellä pienryhmätoiminnalla on esiopetusikäisten lasten matemaattisten taitojen kehittymiseen?
3. Miten matemaattisilta taidoiltaan heikot esiopetusikäiset lapset kielentävät matematiikkaa?

5 TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN

Tutkimus toteutettiin Pirkanmaalla syksyn 2014 sekä kevään 2015 aikana kahdessa esiopetusryhmässä. Kuvaamme seuraavissa alaluvuissa tutkimuksen toteuttamista. Esittelemme aluksi menetelmälliset valinnat sekä tutkimusaineiston. Sen jälkeen havainnollistamme tutkimuksen kulkua yksityiskohtaisemmin.

5.1 Tutkimusmenetelmälliset valinnat ja aineisto

Tutkimuksessamme on sekä kvalitatiivisia että kvantitatiivisia piirteitä. Niitä voidaan hyvin yhdistää, sillä siten saadaan monipuolisempi kuva tutkittavasta asiasta (Tuomi & Sarajärvi 2009, 65; Fairbrother 2007, 45). Pyrimme ymmärtämään ja käsitteellistämään asioita sekä mittaamaan lasten edistymistä. Tästä voidaan myös käyttää nimitystä ”mixed methods”, jota esimerkiksi koulumaailmassa käytetään paljon tutkittaessa oppimista jonkun ajanjakson tai kurssin aikana (Lankshear & Knobel 2004, 74–75). Metsämuuronen (2003, 208) kehottaa kuitenkin valitsemaan toisen pääasialliseksi tutkimustavaksi ja toisen täydentämään analyysin tekemistä.

Tutkimuksemme on peruslähtökohdaltaan laadullinen ja täydennämme sitä tilastollisilla menetelmillä. Tutkimuksemme kvantitatiivinen aineisto on pieni ($N=40$), joten emme olisi voineet käyttää ainoastaan kvantitatiivisia menetelmiä. Kvantitatiivisten menetelmien käyttö ankkuroi tutkimuksemme tieteenfilosofisilta lähtökohdiltaan osittain positivistiseen taustafilosofiaan; positivistisiksi voidaan määritellä sellaiset menetelmät, joiden katsotaan tuottavan tarkkaa tietoa (Raunio 1999, 37). Määrälliseen osuuteemme kuului kaikkien lasten matemaattisten valmiuksien kartoittaminen syksyllä matemaattisen lähtötason selvittämiseksi. Keväällä toistimme kartoituksen kaikille niille lapsille, joiden pisteet alittivat syksyllä 40 pisteen rajan. Näin pystyimme vertaamaan kerhoon osallistuneiden lasten taitojen kehittymistä muiden taitoihin. Halusimme myös tutkia kodin vaikutusta matemaattisten taitojen kehittymiseen. Sitä selvitimme vanhemmille suunnatulla kyselylomakkeella. Laadullisia menetelmiä tarvittiin, kun halusimme selvittää tarkemmin kaikkein heikkotasoisimpien lasten kehittymistä ja matematiikan kielentämistä. Menetelmien käyttö näin rinnatusten oli perusteltua, sillä tutkimuksemme aiheesta voidaan siten saada monipuolisempi

käsitys. Menetelmätriangulaation avulla voidaan parantaa tutkimuksen luotettavuutta (Tuomi & Sarajärvi 2009, 148).

Tutkimuksemme aikana oli tarkoitus tuoda esiin pienryhmäopetuksen tärkeys neljän, matemaattisilta valmiuksiltaan heikkotasaisen lapsen, kohdalla. Tutkimuksemme kvalitatiivinen osuus koostui pienryhmäopetuskertojen videoinneista. Niitä analysoimme sisällönanalyysin avulla ja täydensimme niistä kumpuavia asioita kvantitatiivisen aineiston kautta. Tutkimuksemme kvalitatiivisen osuuden taustafilosofiasta voidaan poimia fenomenologis-hermeneuttisia piirteitä. Metsämuuronen (2003, 165) selventää käsitettä niin, että todellisuus muovautuu ja tarkentuu erilaisten sosiaalisten, kulttuuristen ja sukupuoleen liittyvien tekijöiden kokonaisuudessa. Tällöin myös tutkijat ja tutkittavat ovat toisiinsa sidoksissa ja tutkimustieto hankitaan usein dialogin avulla. Olimme tutkijoina läheisesti tekemisissä tutkittavien kanssa, sillä olimme tutkimukseen osallistuneiden lasten opettajia ja tunsimme heidät entuudestaan. Myös tutkittavasta ilmiöstä pääosin tekemämme löydökset pohjautuivat omaan tulkintaamme eli hermeneutiikkaan. Laine (2010, 31) tarkentaa, että koska tutkimus kohdistuu ihmisten väliseen kommunikaation maailmaan, niin tulkinnan kohteina ovat ihmisen ilmaisut, joihin luetaan kielellisen ilmaisun lisäksi myös esimerkiksi liikkeet, ilmeet ja eleet. Tutkimuksemme yhtenä tarkoituksena on tulkita juuri edellä mainittuja ilmaisuja matematiikan kielentämisen näkökulmasta.

Laadullista tutkimusta tehtäessä tulee myös ottaa huomioon ihmisen kompleksisuus. Ihmisellä on erilaisia todellistumisen tasoja, jolloin ihmistä tulee voida tutkia kokonaisuutena ja ottaa huomioon hänen suhteensa elinympäristöön (Varto 2005, 63–64). Rauhala (1985, 25–30) on nimennyt edellä mainitun kokonaisuuden huomioon ottamisen holistiseksi ihmiskäsitykseksi. Hänen mukaansa ihminen todellistuu tajunnallisella, kehollisella sekä situationaalisella tavalla. Ihminen ymmärtää asioita omista lähtökohdistaan käsin, jolloin hänen koko olemisensa, niin kehollinen kuin situationaalinenkin todellistuminen jäsentyy kokonaisuudeksi tajunnallisuudessa. Voimme mieltää Rauhalan holistisen ihmiskäsityksen myös omaksemme. Tätä tutkimusta tehdessämme olemme ottaneet huomioon tutkittavamme kokonaisuutena; lapsi oppii ja ilmaisee itseään kokonaisvaltaisesti. Toiminnallisen matematiikan avulla pyrimme luomaan tilanteita, joissa lapsi voisi käyttää kaikkia aistejaan monipuolisesti yrittäessään ymmärtää uusia asioita. Lisäksi tiedostamme, että lapsen aikaisempi ja nykyinen elinympäristö vaikuttaa hänen oppimiseensa ja siihen, miten lapsi jäsentää matemaattisia asioita. Sen vuoksi pyrimme myös selvittämään, miten matematiikka näkyy lasten arjessa kotona.

Tutkimustamme voisi luonnehtia myös kommunikatiiviseksi toimintatutkimukseksi. Tarkoituksenamme oli siten saavuttaa luottamuksellinen keskusteluyhteys kaikkien tutkittavien lasten kanssa. (Metsämuuronen 2003, 181; Kuula 1999, 98; 208.) Kommunikatiivisen

toimintatutkimuksen kriittinen ja konstrukttiivinen tavoite on ”tietää enemmän ja paremmin, jotta voidaan toimia tehokkaammin ja paremmin”. Sen on myös tarkoitus saada aikaan muutos tutkittavassa kohteessa. (Kuula 1999, 98; 198.) Olimme havainneet ongelman: ryhmissämme oli varhaisilta matemaattisilta taidoiltaan heikkoja lapsia, jotka tarvitsivat henkilökohtaisempaa opetusta. Käynnistimme kartoitustemme perusteella kymmenen kerran ”Noppakerhon”, jonka vaikutuksia tutkimme analysoimalla kerhokertoja huolellisesti sekä testaamalla lapset uudestaan. Suhteutimme toimintamme Metsämuurosen (2003) esittelemän Carrin ja Kemmisin (1986, 166) ohjeiden mukaan: toimintamme eteni suunniteltujen tuokioiden ohjaamana, ja muokkasimme niitä matkan varrella havaintojemme pohjalta. Se, miten lapset selviytyivät aina edellisestä kerhokerrasta, vaikutti seuraavan kerhokerran sisällön suunnitteluun. Tällöin olemme voineet toteuttaa tutkijoina refleksiivisyyttä, jota voidaan pitää toimintatutkimuksen vahvuutena (Lehtonen 2008, 246).

5.2 Tutkimuksen kulku

Tutkimus toteutettiin Pirkanmaalla sijaitsevan koulun kahdessa esiopetusryhmässä. Olimme tutkijoina myös samalla tutkittavien lasten esiopettajia, joten meillä oli mahdollisuus keskittyä tutkimukseen syvällisemmin. Tutkimusaineistoa kerättiin syksyn 2014 ja alkukevään 2015 aikana. Tutkimukseen osallistui yhteensä 40 esioppilasta ja heidän vanhempansa. Tutkimuslupa haettiin tutkimuslupahakemuksen muodossa sivistysjohtajalta ja koulun rehtorilta sekä Wilma-viestillä jokaiselta perheeltä. Tutkimuksen idea lähti siitä, että vuosien ajan kyseisellä koululla oli oltu huolissaan ensimmäiselle luokalle tulevien lasten matemaattisten taitojen huomattavista tasoeroista. Tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää, voidaanko lasten välisiä tasoeroja pienentää perehtymällä heidän esimatemaattisiin taitoihinsa, tiedottamalla vanhemmille matematiikan tärkeydestä sekä tukemalla intervention keinoin johdonmukaisesti heikkoja taitojen kehittämisessä. Tavoitteet nousivat esiopetuksen opetussuunnitelman perusteista (2010) sekä perusopetuksen ensimmäisen luokan opetussuunnitelmasta (2004). Molemmissa on tuotu esiin matematiikan monipuolisuus ja erityisesti toiminnallisuuden painottaminen matematiikan opetuksessa.

Tutkimus ankkuroitiin teoreettisesti varhaisten matemaattisten taitojen hierarkkiseen rakentumiseen (Mattinen 2006; Aunio 2008, Junttila & Ristola 2011; Vainionpää ym. 2003) sekä matemaattisen ajattelun ilmaistamiseen eri kielten kautta (Joutsenlahti & Rättyä 2015). Pienryhmätoiminnan avulla ajattelimme voivamme tukea monipuolisemmin matemaattisilta taidoiltaan heikkoja lapsia ja antamaan heille onnistumisen kokemuksia matemaattisten ongelmien ratkaisemisessa.

Selvitimme aluksi kaikkien lasten matemaattiset valmiudet Lampisen, Ikäheimon & Drägerin (2007) suunnitteleman MAVALKA 2 (MATemaattisten VALmiuksien KARtoitus) -kartoituksen avulla. Kartoituksen tekemiseen kului 20–30 minuuttia aikaa lasta kohden. MAVALKA 2 sisältää paljon toiminnallisia tehtäviä ja niitä tehtäessä lapsen tekemät ratkaisut kirjataan muistiin. MAVALKA 2 sisältää kolme osiota. Ensimmäisessä osiossa pyritään saamaan selville lapsen taidot lukukäsitteen osalta. Se sisältää esimerkiksi tehtäviä, joissa testataan suullisten ohjeiden avulla, osaako lapsi näyttää lukuja eri tavoin tai ymmärtääkö hän käsitteet *yhtä monta*, *enemmän ja vähemmän*. Lasta esimerkiksi pyydetään sanomaan, montako perhosta näkee kuvassa ja ottamaan nappeja itselleen yksi vähemmän kuin kuvassa on perhosia (Salminen 2014, 31). Kartoituksen toisessa osiossa selvitetään lapsen lukujonotaitoja. Siinä lasta pyydetään esimerkiksi laskemaan eteen- ja taaksepäin, aloittamaan laskeminen lukujonon keskeltä sekä laskemaan nappeja pareittain. Kolmannessa osiossa selvitetään nappien avulla, miten lapsi ymmärtää yksi yhteen -vastaavuuden ja lukumäärän säilyvyyden. MAVALKA 2 -kartoituksesta lapsi voi saada yhteensä 50 pistettä. Mikäli lapsi saa esiopetusvuoden syksyllä alle 30 pistettä, tulee hänen matemaattisista taidoistaan olla huolissaan, ja taitoja tulisi lähteä tukemaan (Lampinen ym. 2007). Mikäli sama kartoitus tehdään esiopetusvuoden keväällä, tulisi lapsen päästä silloin jo yli 40 pisteen.

Tutkimuksemme tiedonkeruun toisessa vaiheessa lähetimme vanhemmille kyselylomakkeen (Liite 2), johon ohjeistimme heitä vastaamaan miettien aikaa ennen esiopetusta. Halusimme saada selville, missä määrin lapset kiinnittävät huomiota lukumääriin arjen tilanteissa, kuinka paljon he pelaavat laskemista vaativia lauta- tai tietokonepelejä ja kuinka vanhemmat tietoisesti puhuvat lastensa kanssa matemaattisista asioista. Kyselyyn vastasi 35 perhettä neljästäkymmenestä.

MAVALKA:sta saatujen yhteispisteiden perusteella valitsimme "Noppakerhoon" neljä heikoimmin testissä menestynyttä lasta; kaksi kummastakin esiopetusryhmästä. Yhden lapsen osallistuminen kiellettiin, joten valitsimme hänen tilalleen toisen lapsen. Kaikki kerhoon osallistuneet saivat olemaan tyttöjä. Heistä jokainen sai kartoituksesta alle 30 pistettä. Lisäksi olimme huomanneet, että kyseiset lapset kiinnittivät muita vähemmän huomiota lukumääriin arjessa eivätkä juuri omaehtoisesti pelanneet laskemista vaativia pelejä esiopetusaikana. Pidimme näille lapsille matematiikan tukiopetusta "Noppakerhon" muodossa viikoittain yhteensä kymmenen kertaa syksyn 2014 aikana. Dokumentoimme jokaisen kerhokerran videokameran avulla.

Suunnittelimme kerhokerrat "Näppituntuma"-, "Heureka"- sekä "Matikasta moneksi" -materiaalien pohjalta. Ne ovat esi- ja alkuopetuksen opettajalle suunnattuja toiminnallisen matematiikan oppimateriaaleja. Kerhokertojen kirjalliset suunnitelmat löytyvät Liitteestä 3. Keskityimme harjaannuttamaan lasten esimatemaattisia taitoja. Kerhokertoina käytiin läpi muun muassa luokittelua, vertailua, sarjojen muodostamista, muutosten havainnointia, suhderekäsitteiden

ymmärtämistä sekä avaruudellisten käsitteiden vahvistamista. Jokaisella kerhokerralla painotettiin erityisesti luvun ja lukumäärän yhteyden käsitteellistämistä. Kerhokertojen jälkeen testasimme helmikuussa 2015 Noppakerhoon osallistuneet neljä lasta sekä vertailun vuoksi myös kaikki syksyllä alle 40 pistettä saaneet lapset. Vertasimme heidän saamiaan tuloksia alkusyksyn tuloksiin.

6 ANALYYSI

Tutkimusaineiston analyysi tapahtui kolmessa eri osassa, sillä olimme keränneet kolme eri aineistokokonaisuutta. Käytimme analyysivaiheessa sekä tilastollisia menetelmiä että sisällönanalyysia. Seuraavaksi kuvaamme käyttämiämme menetelmiä tarkemmin.

Aineistomme tilastollisessa osuudessa käytimme MAVALKA 2 -kartoitusten analysoinnissa apuna SPSS 21 -ohjelmaa. Muutimme analyysiä varten MAVALKA 2 -kartoituksen pisteytystä alkuperäistä tarkemmaksi; pisteytimme kaikki nekin kohdat, joihin kartoitusta tehtäessä ohjeena oli merkitä vain rasti. Esimerkiksi lukumääriä laskettaessa ohjaajaa pyydetään alkuperäisessä versiossa merkitsemään rastilla, tunnistiko lapsi lukumäärän heti laskematta, laskiko hän lukumäärän katseellaan, koskettamalla vai jotenkin muuten. Itse annoimme näistä kohdista rastien sijaan pisteitä. Tällä tavoin saimme kokonaispisteissä huomioitua sen, miten kehittynyttä kunkin lapsen matemaattinen ajattelu on. Jos lapsi esimerkiksi osasi tunnistaa annetun lukumäärän heti laskematta sitä, hän sai siitä kohdasta kolme pistettä. Katseella laskemisesta annoimme kaksi pistettä ja mikäli lapsi joutui laskemaan pienetkin lukumäärät koskettamalla, hän sai samaisesta kohdasta yhden pisteen. Näiden kohtien pisteyttämisen jälkeen kokonaispistemäärä, jonka lapsi voi kartoituksesta saada, lisääntyi 50 pisteestä 86 pisteeseen.

Tilastollisessa analyysissä suositellaan käytettäväksi pääasiassa parametrittomia menetelmiä, sillä aineistomme on pieni ($N=40$). Metsämuurosen (2004, 9–16) mukaan parametrittomat menetelmät tarkoittavat sellaisia aineiston analyysimenetelmiä, joissa joudutaan tekemään vähemmän oletuksia kuin parametrisissa menetelmissä. Menetelmiä valittaessa suositellaan ottamaan huomioon neljä asiaa: analyysimenetelmän soveltuvuus tutkimuskysymykseen, testin sopivuus otantaan, mittaustarkkuus sekä testin voimakkuus ja tehokkuus.

Käytimme jakaumien ja tunnuslukujen kuvailussa keskiarvoja ja keskihajontoja. Niitä voidaan käyttää muuttujien tyypillisten arvojen suuruuden kuvailuun (Nummenmaa 2009, 61). Havainnollistimme ristiintaulukoinnin avulla tyttöjen ja poikien välisten keskiarvojen jakautumista sekä testasimme heidän välisiään keskiarvoeroja Mann-Whitneyn U-testillä, joka on riippumattomien otosten t-testin epäparametrinen vastine (Metsämuuronen 2004, 181; Nummenmaa 2009, 261).

Kvalitatiivisessa osuudessa analysoimme ensin vanhempien vastauslomakkeet. Ryhmittelimme saadut vastaukset MAVALKA-tulosten perusteella ja vertasimme heidän vastauksiaan lasten vastauksiin. Toisessa osuudessa keskityimme lasten matemaattisten tuokioiden analysointiin. Tuokioita pidettiin syksyn 2014 aikana yhteensä kymmenen, jotka olivat kestoltaan keskimäärin 20 minuuttia. Litteroimme kuvatut tuokiot peruslitteroinnin avulla, jolloin kirjoitimme videolta kuuluvan puheen ylös jättäen täytesanat pois. Kirjoitimme puheen lomaan myös tallenteella tapahtuvan tekemisen. Yhteensä litteroitua tekstiä kertyi noin 40 sivua. Analysoimme tekstejä sisällönanalyysin avulla.

Tuomen ja Sarajärven (2009, 47; 99) mukaan sisällönanalyysin avulla voidaan tarkastella kommunikaatiota todellisuuden kuvana. Sisällönanalyysitapoja voidaan luokitella kolmella eri tavalla; aineistolähtöisesti, teoriaohjaavasti tai teorialähtöisesti. Tässä tutkimuksessa käyttämämme sisällönanalyysitapaa voisi kuvata teoriaohjaavaksi, sillä tarkastelimme lasten osaamista kolmesta eri näkökulmasta: numeerisen tiedon ja taidon hierarkkista rakentumista (Kuva 1), matemaattisten taitojen osa-alueiden hallitsemista (Kuva 2) sekä matematiikan neljän eri kielen käyttämistä (Kuva 3).

Aineistomme sisällönanalyysin etenemistä olemme kuvanneet Tuomen ja Sarajärven (2009, 109) ohjeiden mukaisesti Kuvassa 4:



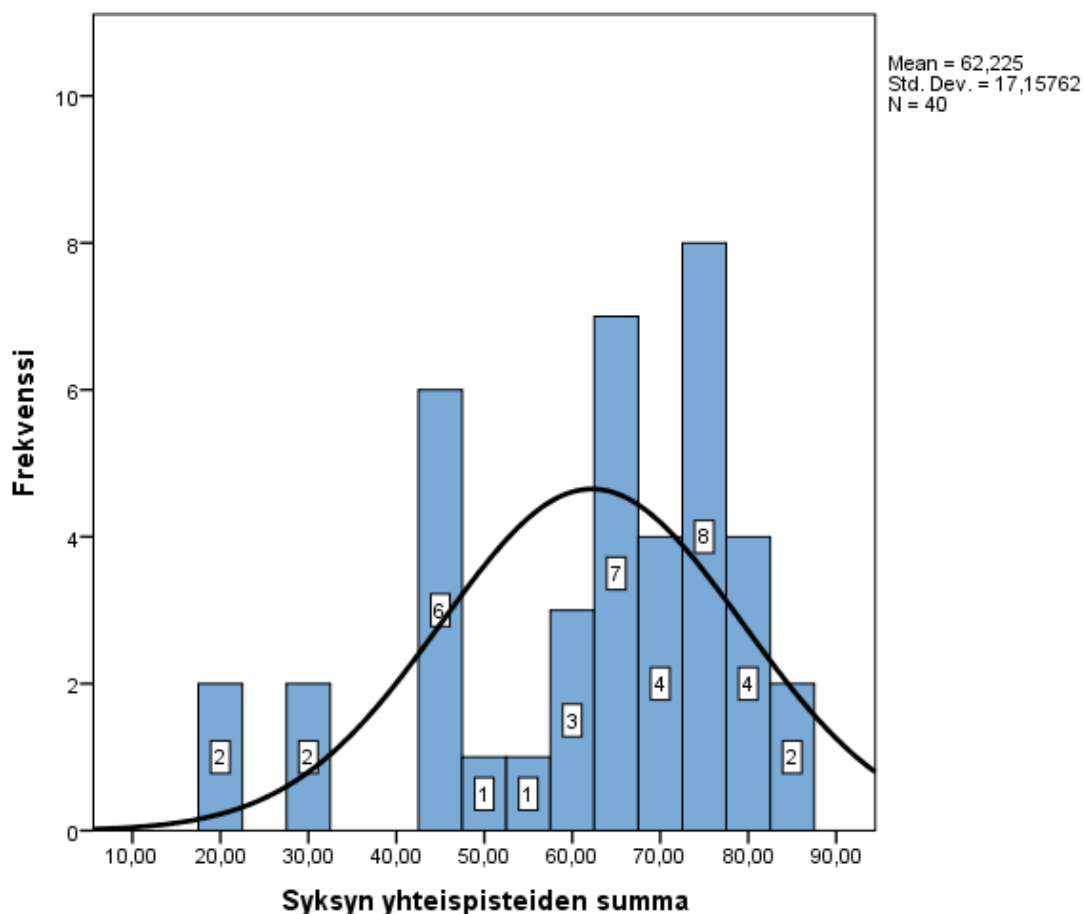
KUVA 4. Aineiston sisällönanalyysin eteneminen. Mukailten Tuomi & Sarajärvi (2009, 109).

Analyysimme ensimmäisessä vaiheessa litteroimme videoimamme noppakerhokerrat. Litteroinnista syntyvän työmäärän vähentämiseksi teimme sen tutkijoina puoliksi. Tällöin kummallekin tuli litteroitavaksi viisi kerhokertaa. Tämän jälkeen perehdyimme saatuun aineistoon yhdessä ja luimme sitä huolellisesti läpi. Seuraavassa vaiheessa luokittelimme aineiston lapsikohtaisesti tutkimuskysymysten ohjaamana. Tässä kohtaa luokittelu tarkoitti sitä, että kunkin lapsen kommentit ja tekemiset erotettiin yhtenäisestä tekstistä omiksi tiedostoikseen. Sen jälkeen etsimme teksteistä teoriaa apuna käyttäen kielentämiseen liittyviä asioita ja myös sitä, miten kukin lapsi edistyi. Lopuksi teimme johtopäätökset pienryhmätoiminnan vaikutuksista.

7 TUTKIMUSTULOKSET

Esittelemme tutkimustulokset kolmessa osassa. Ensimmäisessä alaluvussa kuvaamme lasten matemaattisia valmiuksia esiopetusvuoden syksyllä sekä niiden kehitystä esiopetusvuoden aikana MAVALKA 2 -kartoituksesta saatujen tulosten perusteella. Sen jälkeen esittelemme kotona tapahtuvan arjen matematiikan yhteyttä lasten osaamiseen. Kolmannessa alaluvussa käsittelemme havaintojamme neljän lapsen osalta heidän matematiikan kielentämisestään Noppakerho-toiminnan aikana. Lisäksi kuvaamme lasten taitojen kehitystä sekä heidän kotonaan tapahtuvaa arjen matematiikkaa.

7.1 Matemaattisten valmiuksien kehitys esiopetusvuoden aikana



Kuva 5. Kaikkien lasten syksyn yhteispisteiden summien jakautuminen.

Histogrammista (Kuva 5) voidaan nähdä MAVALKA 2 -kartoituksesta saatujen syksyn 2014 yhteispisteiden jakautuminen. Normaalijakauman sijainti X-akselilla määräytyy odotusarvon perusteella, ja samassa odotusarvossa sijaitsee jakauman huippu. Mitä suurempi hajonta on, sitä laajemmalle havainnot ovat jakautuneet. (Nummenmaa 2004, 123.) Jakauma on oikealle vino eli suurin osa lasten saamista yhteispisteistä painottuu yli keskiarvon. Keskiarvo on 62,2 ja keskihajonta 17,15. Kaksi lasta sai kartoituksesta kahta vaille täydet 86 pistettä. Yhteensä neljä lasta sai heikon tuloksen, alle 35 pistettä.

Yhteispistemäärät luokiteltiin tämän jälkeen viiteen luokkaan, jotta voitaisiin tarkemmin selvittää tyttöjen ja poikien yhteispisteiden jakautumista. Ensimmäiseen luokkaan sijoittuivat ne lapset, jotka saivat kartoituksesta 35 tai alle 35 pistettä. Toiseen luokkaan sijoittuneet saivat 36–50 pistettä. Kolmanteen luokkaan sijoittuivat 51–65 pistettä saaneet ja neljänteen luokkaan 66–80 pistettä saaneet lapset. Viides luokka muodostui niistä, jotka saivat 81 tai yli 81 pistettä. Ristiintaulukoinnin avulla testattiin tyttöjen ja poikien vastausten jakaantumista. Taulukosta 1 voimme nähdä tarkemmin, että ensimmäisessä luokassa oli yhtä monta tyttöä ja poikaa. Noin puolet lapsista sijoittui pisteissä keskiarvon paremmalle puolelle, eli he sijoittuivat luokkaan 4 tai 5. Viidennessä luokassa poikia taas oli tyttöjä enemmän.

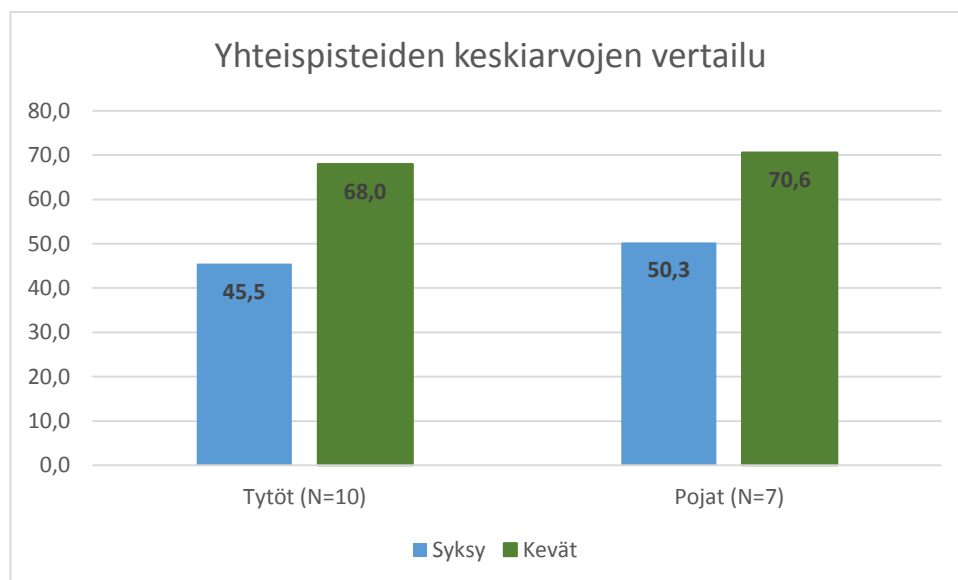
TAULUKKO 1. Yhteispisteiden jakautuminen viiteen luokkaan sukupuolten välillä.

Luokka ja yhteispistemäärä						
Sukupuoli	1. luokka 1-35	2. luokka 36-50	3. luokka 51-65	4. luokka 66-80	5. luokka 81 tai yli	Yhteensä
Tyttö	2	5	3	11	1	22
Poika	2	2	4	7	3	18
Yhteensä	4	7	7	18	4	40

Tyttöjen ja poikien yhteispistemäärien vertailuissa käytettiin Mann-Whitneyn U-testiä. Halusimme tietää, onko tyttöjen ja poikien taitojen välillä tilastollisesti merkitsevää eroa. Poikien järjestyslukujen keskiarvo (21,03) oli hieman suurempi kuin tyttöjen (20,07). Tyttöjen ja poikien yhteispistemäärässä ei ollut kuitenkaan tilastollisesti merkitsevää eroa ($U=188,5$; $p=0,796$).

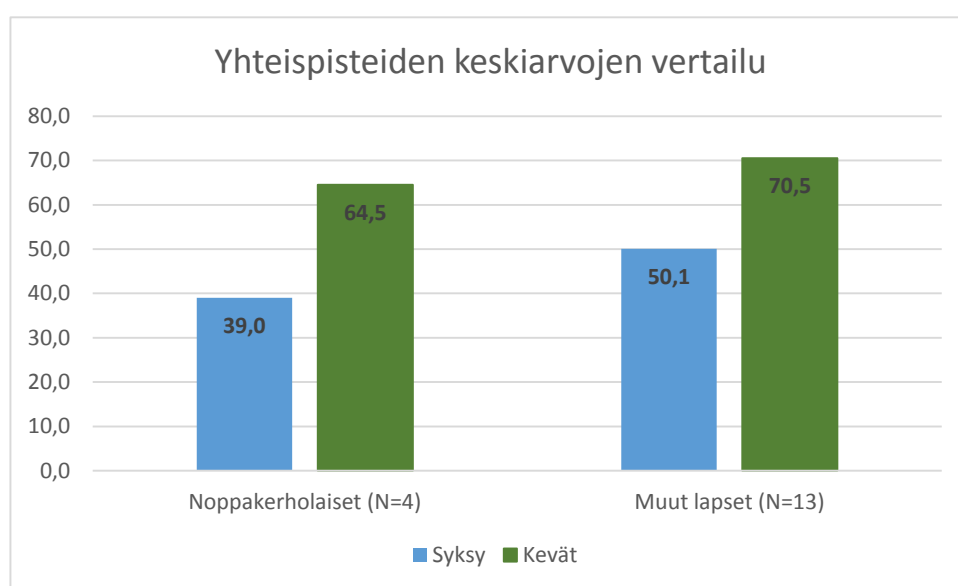
MAVALKA 2 -kartoitus tehtiin keväällä uudelleen kaikille niille, jotka saivat syksyllä alle 40 pistettä. Tarkemmassa pisteytyksessä pistemäärä oli alle 64 pistettä. Näitä lapsia oli yhteensä 17 eli hieman alle puolet koko lapsimäärästä ($N=40$). Tämän jälkeen verrattiin heidän syksyn ja kevään yhteispistemääriään. Kuva 6 havainnollistaa tyttöjen ja poikien yhteispisteiden keskiarvojen

vertailun. Sekä tytöt että pojat kehittivät syksyn aikana. Keväällä jokainen pääsi yli 64 pisteen, mikä tarkoittaa luokkaa kolme, neljä tai viisi (Taulukko 1).



Kuva 6. Syksyn ja kevään yhteispisteiden keskiarvojen vertailu tyttöjen ja poikien kesken. (N=17)

Pienryhmätoiminnan, eli ”Noppakerhon” vaikutuksia arvioitiin sisällönanalyysin lisäksi myös MAVALKA 2 -kartoituksen perusteella. Kuva 7 havainnollistaa kerholaisten sekä muiden keväällä kartoitukseen osallistuneiden lasten yhteispisteiden keskiarvojen eroavaisuutta. Kerholaisten pisteiden keskiarvo nousi yhteensä 25,5 pistettä. Muiden keväällä kartoitukseen osallistuneiden pisteiden keskiarvo nousi 20,4 pistettä. Kerhoon osallistuneiden pisteet nousivat muita enemmän.



Kuva 7. Syksyn ja kevään yhteispisteiden keskiarvojen vertailu Noppakerholaisten ja muiden alle 64 pistettä syksyllä saaneiden lasten kesken.

7.2 Kotona tapahtuvan arjen matematiikan yhteys lasten matemaattiseen osaamiseen

Vanhempien vastaukset analysoimme erikseen. Saimme vastauksia 35 perheeltä neljästäkymmenestä. Jaoin analyysia varten vastauslomakkeet kahteen ryhmään MAVALKA 2 -kartoituksen tulosten perusteella; ensimmäiseen ryhmään laitettiin kaikki yli 40 pistettä syksyllä saaneiden lasten vanhempien vastaukset ja toiseen ryhmään alle 40 pistettä saaneiden lasten vanhempien vastaukset. Etsimme yhteyttä lasten osaamisen sekä kotona tapahtuvan arjen matematiikan välillä. Taulukossa 2 on esitetty kysymyslomakkeen (Liite 2) kysymysten 2, 3, 5, 6 ja 7 vastausten jakautuminen. Lomakkeen ensimmäinen kysymys oli avoin kysymys, jossa vanhempia pyydettiin kuvailemaan, mitä lapset tekevät vapaa-ajallaan kotona. Vastaukset olivat hyvin samanlaisia: lapset ulkoilevat ja leikkivät. Toisen kysymyksen avulla selvitettiin sitä, onko lapsella sisaruksia alakoulussa. Vastaukset jakautuivat lähes kahtia (Taulukko 2): 17 lapsella ei ole sisaruksia alakoulussa ja 18 lapsella on. Kolmas kysymys koski tietokoneella, tabletilla tai älypuhelimella pelaamista. Ensimmäisen ryhmän vanhempien vastaukset jakautuivat kahtia (Taulukko 2): Yksitoista vastaajista ilmoittivat lastensa pelaavan laitteilla joka päivä tai lähes joka päivä. Tämä on ilmoitettu Taulukossa 2 termillä ”usein”. Kymmenessä perheessä lapset pelasivat laitteilla harvemmin. Toisessa ryhmässä vastaukset jakautuivat siten, että 7 perhettä ilmoittivat lapsensa pelaavan laitteilla usein ja 10 harvemmin.

Lomakkeen neljäs kysymys koski pelien sisältöä. Lähes kaikki vastaajat valitsivat kaikki vaihtoehdot, jolloin lapset pelasivat vanhempien mukaan sekä matemaattisia että kielellisiä taitoja kehittäviä pelejä ja lisäksi muita pelejä. Laskemista vaativia lautapelejä lapset pelasivat vanhempien mukaan usein (Taulukko 2). Harvemmin kuin kerran kuussa lautapelejä pelasi vain neljä lasta. Ensimmäisen ryhmän vanhemmat ilmoittivat kaikki, että lapset puhuvat numeroista vähintään joka päivä tai joka toinen päivä (Taulukko 2). Toisen ryhmän vanhemmista vastaava määrä oli 11. Tässä ryhmässä oli kolme sellaista lasta, jotka puhuvat numeroista vanhempien mukaan harvemmin. Viimeinen kysymys koski vanhempien toimintaa ja sitä, miten usein he kiinnittävät lapsensa huomion ympäristössä oleviin lukumääriin. Yhteensä kuusi vastaajaa ilmoittivat, että tekevät niin harvemmin (Taulukko 2). Vanhemmista 24 ilmoitti kiinnittävänsä lapsensa huomion lukumääriin usein eli joka päivä tai lähes joka päivä.

TAULUKKO 2. Vanhempien vastausten jakautuminen lasten syksyllä saamien MAVALKA 2 -kartoituksen pisteiden perusteella.

	Ensimmäinen ryhmä: yli 40 pistettä saaneet (N=21)	Toinen ryhmä: alle 40 pistettä saaneet (N=14)
Sisarukset	Kyllä 9 Ei 12	Kyllä 9 Ei 5
Laitteilla pelaaminen	Usein 11 Harvemmin 10	Usein 7 Harvemmin 10
Lautapeliä pelaaminen	Usein 21 Harvemmin 2	Usein 12 Harvemmin 2
Puhuu numeroista	Usein 21 Harvemmin 0	Usein 11 Harvemmin 3
Huomion kiinnittäminen lukumääriin	Usein 17 Harvemmin 3	Usein 11 Harvemmin 3

7.3 Pienryhmätoiminnan vaikutukset

Esittelemme seuraavaksi Noppakerhokertojen analyysin. Taulukoista 3 ja 4 voi nähdä yhteenvedon kunkin lapsen edistymisestä syksystä kevääseen. Lapsista käytetään nimitystä Lapsi 1, Lapsi 2, Lapsi 3 ja Lapsi 4. Analyysissä olemme käyttäneet MAVALKA 2 -kartoituksen tarkempaa pisteytystä. Taulukoiden jälkeen kuvaamme jokaisen lapsen osaamista ja edistymistä yksityiskohtaisemmin. Käytämme tulkintojemme tukena kuvia sekä otteita litteroidusta aineistosta. Olemme liittäneet mukaan jokaisen kerholaisen kohdalle vanhempien vastauslomakkeiden perusteella myös kuvauksen heidän kotonaan tapahtuvasta arjen matematiikasta.

TAULUKKO 3. Noppakerholaisten matematiikan osaaminen syksyllä 2014.

	Lapsi 1	Lapsi 2	Lapsi 3	Lapsi 4
MAVALKA 2 - pisteet	21/86	45/86	46/86	44/86
Subitisaatiotaito	1 ja 2	1, 2 ja 3	1 ja 2	1, 2, 3 ja 4
Määrää ilmaisevat käsitteet	Ei hallitse	Hallitsee	Hallitsee	Ei hallitse
Laskemistapa ja sen Mavalka 2 - pisteytys	Laskee sormilla, 4/37	Laskee katseella, 22/37	Laskee sormilla, 19/37	Laskee sormilla, 15/37
Numeerisen tiedon ja taidon porras	3 ja 4	5 ja 6	5	3 ja 4

TAULUKKO 4. Noppakerholaisten matematiikan osaaminen keväällä 2015.

	Lapsi 1	Lapsi 2	Lapsi 3	Lapsi 4
MAVALKA 2 - pisteet	40/86	74/86	72/86	72/86
Subitisaatiotaito	1, 2, 3 ja 4	1, 2, 3 ja 4	1, 2, 3, ja 4	1, 2, 3 ja 4
Määrää ilmaisevat käsitteet	Hallitsee	Hallitsee	Hallitsee	Hallitsee
Laskemistapa ja sen Mavalka 2 - pisteytys	Laskee sormilla, 12/37	Laskee katseella, 30/37	Laskee katseella, 29/37	Laskee sormilla, 29/37
Numeerisen tiedon ja taidon porras	6 ja 7	6 ja 7	6 ja 7	6 ja 7

Lapsi 1

Tämän lapsen kohdalla lähtötilanne oli heikko. Lapsi 1 sai MAVALKA 2 -kartoituksesta syksyllä vain 21/86 pistettä, eli paljon alle huolen rajan (47). Kartoituksen perusteella tyttö oli alkusyksystä numeerisen tiedon ja taidon hierarkkisen rakentumisen portailla 3 ja 4, mikä vastaa noin 3,5-vuotiaan lapsen ymmärryksen tasoa (Kuva 1). Hän osasi antaa kardinaalimerkityksen lukusanoille yksi, kaksi ja kolme. Sitä suurempia lukumääriä hän ei pystynyt laskemaan. Kun tarkastellaan lukukäsitteen ja laskemisen taitoja kartoituksen perusteella, Lapsi 1 hallitsi vain numerosymbolin 1. Laskemistavan kanssa tämän lapsen kohdalla oli suurta vaihtelua; hän ymmärsi etäisesti, että sormia voi käyttää apuna laskemisessa. Sormienkaan käyttö ei kuitenkaan ollut hänen kohdallaan vielä järjestelmällistä. Laskemistavasta annetut pisteet olivat sen vuoksi vain 4/37.

Tämän lapsen kohdalla vanhemmat ilmoittivat, että lapsella on sisaruksia alakoulussa. Hän puhui numeroista kotona noin kerran viikossa ja vanhemmat ilmoittivat kiinnostavansa lapsensa

huomion lukumääriin lähes joka päivä. Lapsi 1 pelasi tabletilla vanhempien mukaan lähes joka päivä kaikenlaisia pelejä sekä laskemista vaativia lautapelejä noin kerran viikossa.

Suhdekäsitteitä tarkasteltaessa Lapsi 1 osasi hyvin ilmaista ja tunnistaa avaruudelliset käsitteet kuten *vieressä, takana, edessä, alapuolella, päällä, alla* sekä osasi vertailla eri ominaisuuksien mukaan. Lisäksi ominaisuuksia ilmaisevat käsitteet kuten *samanlainen, erilainen, leveä ja kapea* olivat Lapsella 1 niin ikään hyvin hallussa. Oikeaa ja vasenta hän ei osannut vielä syksyllä kuitenkaan erottaa. Myös määrää ilmaisevat käsitteet kuten *molemmat, pari, yhtä monta, joka toinen sekä enemmän ja vähemmän* olivat alkusyksystä vielä haastavia. Esimatemaattisista taidoista luokittelutaidot sen sijaan olivat hänellä hyvin hallinnassa heti alusta asti. Nämä tulivat ilmi kerhokerroilla 1–3, jolloin käytiin läpi kyseisiä asioita. Seuraavista tekstinäytteistä käy ilmi lapsen osaaminen sekä se, että lapsi kielentää matematiikkaa suullisesti sekä taktiilisesti. Sulkeissa on sanallistettu tapahtunut tekeminen.

Kerhokerta 1

Lapsi 1: Tää on kovempi ja tää on pehmeämpi.

Ohjaaja: Mitens jos mä annan sulle käteen tämän? Mitens sä kuvailisit tämän?

Lapsi 1: Se olis keskikokoinen.

Ohjaaja: Joo-o. Minkälaiset päät siellä on?

Lapsi 1: Pyöreät.

O: Pyöreät. Joo-o.

Kerhokerta 3

Ohjaaja: Nyt sun pitää kertoa mikä se on? Pieni vai iso?

Lapsi 1: Iso.

Ohjaaja: Joo mikä muoto se on? Montako kulmaa siellä on?

Lapsi 1: Yks, kaks, kolme, neljä!

Ohjaaja: Joo, elikkä mikä se on?

Lapsi 1: Neliö.

Ohjaaja: Joo, se on iso neliö. Onko siinä reikä vai ei ?

Lapsi 1: On.

Ohjaaja: Joo, elikkä reiällinen iso neliö. Etsi itsellesi reiällinen iso neliö.

No niin, sitten kerrot seuraavan. Mikä se seuraava on?

Lapsi 1: Yks, kaks, kolme. Kolmio.

Ohjaaja: Joo. Onko se pieni vai iso?

Lapsi 1: Iso.

Ohjaaja: Joo, onko siinä reikä vai ei?

Lapsi 1: On.

Ohjaaja: On reikä, hyvä! Mikäs sitten on?

Lapsi 1: Ympyrä.

Ohjaaja: Joo minkä kokoinen?

Lapsi 1: Iso.

Ohjaaja: Joo. Ja onko siinä reikä vai ei?

M : On.

Ohjaaja: On. Joo hyvä! Ja sitten mikäs se viimeinen on?

M: Yks, kaks, kolme, neljä. Neliö.
Ohjaaja: Joo neliö, minkä kokoinen?
M: Iso.
Ohjaaja: Onko siinä reikä vai ei?
M: Ei oo reikää.

Kerhokerta 2

Ohjaaja: Sitten, lajitelkaa nämä nallet siten, että ne on laitettu värin mukaan ja suuruusjärjestykseen.
(Kaikki lapset, mukaan lukien Lapsi 1, lajittelevat nallet oikein: suurimmasta pienimpään ja värin mukaan.)

Subitisaatiotaidot kehittyivät syksyn aikana hyvin. Aluksi Lapsi 1 kykeni tunnistamaan lukumäärät yksi ja kaksi laskematta. Lukumäärän kolme kohdalla hän onnistui aluksi vaihtelevasti. Viimeisiä kerhokertoja pidettäessä voitiin havaita, että hän oli pystynyt kasvattamaan nopeaa lukumäärän havaitsemista varmasti kolmeen ja neljään asti. Seuraavista aineistoesimerkeistä voidaan havaita subitisaatiotaidon kehittyminen:

Kerhokerta 2

Ohjaaja: Ottakaa sitten kaksi lisää. (Lapset kurkottautuvat ottamaan eläimiä kopasta, he kaikki ottavat ne kerralla, laskematta niitä erikseen.)

Kerhokerta 2

Ohjaaja: Ottakaas kolme sormea. (Odottaa, että lapset ottavat ne itse. Kaikki muut nostavat sujuvasti kolme sormea, Lapsi 1 laskee niitä katsellaan.)
Ohjaaja: Sitten näytän teille pallokortteja ja teidän pitäisi hyppiä sama määrä hyppyjä kun korteissa on palloja. (Lapset hyppivät 1–3 pallon mukaan, kaikki havaitsivat lukumäärän nopeasti laskematta.)

Kerhokerta 8

(Lauletaan viisi varista; laulussa ohjaaja laulaa, että kaksi lentää kerralla pois.)
Ohjaaja: Montas sitten jää? (Lapsi 1 näyttää heti sormillaan kolmea.)

Kerhokerta 10

Lapsi 1: (Laskee kaikki lukumäärältään yli neljän menevät pisteryhmät koskettaen.)

Aluksi Lapsi 1:n matematiikan kielentäminen oli sitä, että hän näytti lukumäärää sormillaan ilman, että osasi yhdistää siihen puhuttua kieltä, eli lukusanaa. Tämä tuli ilmi syksyn MAVALKA 2 -kartoitusta tehtäessä. Hän sanoi pientenkin lukumäärien kohdalla, että ”näin paljon” ja näytti sormillaan joskus oikeaa ja joskus väärää lukumäärää. Viimeisessä tuokiossa hän ikään kuin palasi alkutilanteeseen kun lukumäärä kasvoi kymmeneen. Tuolloin hän käytti myös sanoja ”näin paljon” ja näytti kuvaa, jossa oli kymmenen palloa. Hän kuitenkin osasi pyydettyä laskea itse pallojen lukumäärän.

Lapsi 1:n laskeminen muuttui aina välillä taktiilisesta koskettamalla laskemisesta katseella laskemiseksi kerhokertojen edetessä. Ensimmäisten tuokioiden aikana hän osasi laskea koskettamalla vain viiteen asti. Hän käytti lisäksi apunaan paljon sormia. Viimeisistä tuokioista kävi ilmi, että hän kykeni laskemaan tarkasti jo kymmeneen asti. Kymmeneen asti laskemisessa Lapsi 1 käytti kuitenkin edelleen koskettamista. Kehityksen voi havaita seuraavista keskusteluista:

Kerhokerta 6

Ohjaaja 1: Sitten tässä on toukkia (kortissa viisi toukkaa). Mikä numero vastaa....sanohan sinä NN. (Laskee koskettaen toukat ja ottaa oikean numerokortin.)

Kerhokerta 8

Ohjaaja: Paljonkos sinulla oli rahaa?

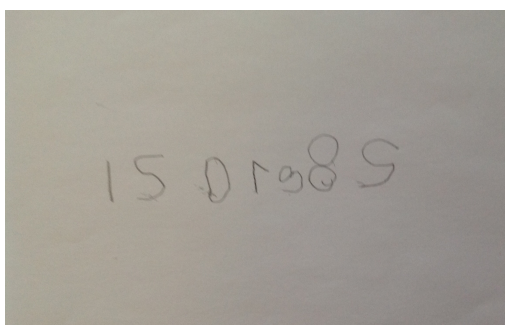
Lapsi 1: (Laskee katseellaan) Yksi, kaksi, kolme, neljä, viisi, kuusi, seitsemän, kahdeksan. Kahdeksan.

Kerhokerta 10

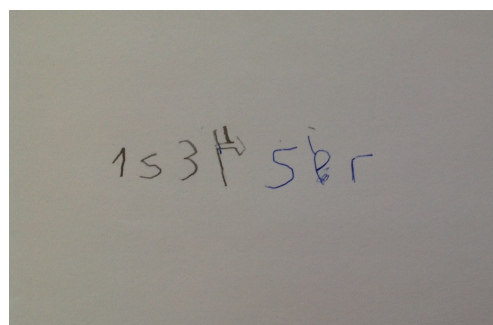
Ohjaaja: Laskepa purkit.

Lapsi 1: Yksi, kaksi, kolme, neljä, viisi, kuusi seitsemän, kahdeksan, yhdeksän ja kymmenen.

Tammikuussa 2015 tehdystä MAVALKA 2 -kartoituksesta Lapsi 1 sai 40 pistettä. Hän paransi tulostaan 19 pisteellä. Laskemista pisteystettäessä pisteet olivat keväällä 22/37. Ne nousivat syksystä 18 pisteellä. Myös numeroiden piirtäminen kehittyi syksyn aikana. Kartoituksen yhteydessä lasta pyydettiin piirtämään lukujono 1–9 järjestyksessä paperille. Kuvasta 8 käy ilmi, että syksyllä numeroiden järjestys oli tälle lapselle vielä hyvin epäselvää. Vieressä on tammikuussa 2015 piirretty vastaava tehtävä (Kuva 9). Siitä voimme nähdä, että Lapsi 1 osasi piirtää numerot seitsemään asti oikeassa järjestyksessä. Numeroiden ulkoasussa on vielä kuitenkin paljon harjoittelemista.



Kuva 8. Lukujono 1-9, syksyllä 2014 (Lapsi 1)



Kuva 9. Lukujono 1-9, keväällä 2015 (Lapsi 1)

Lapsi 2

Lapsi 2:lla oli edelliseen lapseen verrattuna parempi lähtötaso matematiikan osaamisessa. Hän sai syksyllä MAVALKA 2 -kartoituksesta pisteitä 45/86, eli vain hieman alle huolen rajan (47). Numeerisen tiedon ja taidon hierarkkisen rakentumisen portaita tarkasteltaessa (Kuva 1), hän sijoittui osaamiseltaan portaalle 5 ja 6, sillä hän ymmärsi hyvin yksi yhteen vastaavuuden sekä kardinaalisuuden periaatteen. Sen sijaan lukujonotaidot vaativat kartoituksen perusteella paljon vahvistamista ja harjoitusta. Hän sai siitä osiosta pisteitä vain 9/20. Laskeminen sujui eteenpäin lukualueella 1–10 hyvin, mutta taaksepäin laskeminen tai lukujonon keskeltä luettelon jatkaminen ei sujunut lainkaan. Lapsi 2 käytti laskiessaan järjestelmällisesti sormiaan ja sai laskemista pisteytettäessä tämän vuoksi syksyllä pisteitä 30/37.

Vanhemmat ilmoittivat, että Lapsi 2 pelaa kotona laskemista vaativia lautapelejä harvemmin kuin kerran kuussa. Tabletilla sen sijaan hän pelasi lähes joka päivä. Tällä lapsella on sisaruksia alakoulussa, hän puhuu numeroista ja vanhemmat kiinnittävät lapsen huomion ympäristön lukumääriin noin kerran viikossa.

Tällä lapsella oli subitisaatiotaito hyvin hallussa alusta pitäen. Hän pystyi tunnistamaan nopeasti lukumäärät 4 ja 5. Tämä voitiin havaita esimerkiksi kerhokerralla 6:

Kerhokerta 6

Ohjaaja: (Antaa jokaiselle lapselle numerokortit, joissa on numerot 1-5) Nyt mä näytän täältä palloja (kuvakortteja, joissa on palloja), ja sin pitäis näyttää palloja vastaava lukumäärä. No ni, alkaa....än yy tee nyt (laittaa kortin, jossa on neljä palloa).

Lapsi 2: (Laittaa heti oikean numeron (4) lattialle.)

(Lasketaan helminauhan helmiä)

Ohjaaja: Jos niitä punaisia helmiä on siinä alussa viisi, mitä muuta sulla on viisi?

Lapsi 2: Näitä valkosiakin on viisi.

Ohjaaja: Mistä tiedät?

Lapsi 2: Näen vaan.

Lapsi 2 käytti useimmiten laskiessaan suullista sekä taktiilista kielentämistä. Hän laski ääneen ja samalla siirsi esineitä sivuun tai nosti sormiaan laskiessaan. Tällä tavoin lapsi sai useimmiten aina tarkasti oikean tuloksen. Kauppaleikkiä leikittäessä hän suoriutui myös vaativista yhteenlaskuista:

Kerhokerta 8

Ohjaaja: Paljonko on kolme plus kuusi?

Lapsi 2: (Nostaa ensin kolme sormeja ja lisää siihen kuusi.) Yheksän!

Ohjaaja: Neljä euroa on NN:lla kädessä. Paljonkos teillä on yhteensä? Neljä euroa, kaksi euroa ja yksi euro.

Lapsi 2: (Laskee rahat siirtämällä niitä pöydän päällä sivuun) Seitsemän!

Määrää ilmaisevat käsitteet kuten *enemmän ja vähemmän* olivat Lapsella 2 hyvin hallussa. Niitä harjoiteltiin Kerhokerralla 6, jolloin leikittiin arvuutteluleikkiä nimeltään ”Kilikili-pukki”. Leikin tarkoituksena oli arvuutella, kuinka monta sarvea pukilla on (sormia pystyssä) ja yleisön tuli vastata aina enemmän tai vähemmän sen mukaan, kuinka paljon sarvia oikeasti oli. Lapsi 2 hoksasi aina ensimmäisenä, pitäisikö nyt sanoa enemmän vai vähemmän.

Kerhokerta 6

(Lapsi 3 istuu pukkina, Lapsi 4 näyttää kymmentä sormea.) Lauletaan yhdessä:

”Kilikili-pukki, vanha vuohi-ukki, kuinka monta sarvea pukilla on tallella?”

Lapsi 3: Kuus.

Lapsi 2: Enemmän.

Lukujonotaidot vahvistuivat kerhokertojen edetessä. Lapsi 2 oppi erityisesti taaksepäin luettelemisen. Viimeisellä kerhokerralla hän pystyi jo itse korjaamaan, jos oli tehnyt virheen lukujonoa taaksepäin lueteltaessa sekä kykeni sanomaan, mikä numero puuttuu täydellisestä lukujonosta.

Kerhokerta 10

(Leikitään rakettileikkiä)

Lapsi 2: Kymmenen, yhdeksän, kahdeksan, seitsemän, viisi, eiku kuusi, viisi, neljä, kolme, kaks, yks, nolla. (Hyppää ilmaan)

(Numerokortit ovat lattialla järjestyksessä 1-9.)

Ohjaaja: Nyt laittakaas silmät kiinni. (Ottaa pois numeron 4) Mikä puuttuu?

Lapsi 2: Nelonen!

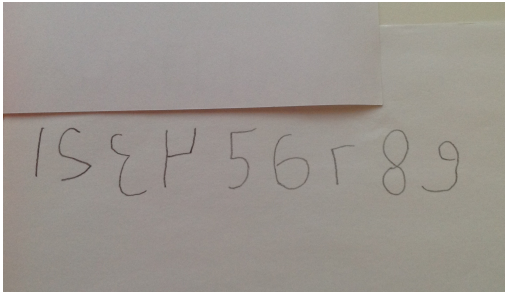
Ohjaaja: Hyvä! Silmät kiinni. (Ottaa pois numeron 9)

Lapsi 4: Yheksän.

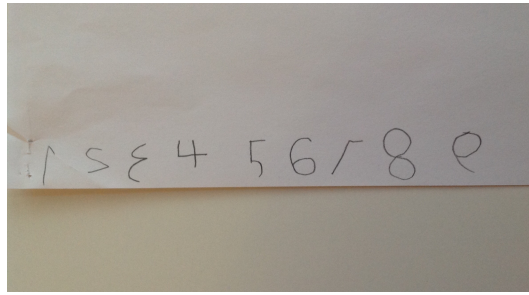
Ohjaaja: Hyvä. Taas silmät kiinni. (Ottaa pois numeron 6) Mikä puuttuu? (Lapset miettivät hetken, muut hoksaavat paitsi Lapsi 1.)

Lapsi 2: Kutonen

Tämä lapsi sai tammikuussa tehdystä MAVALKA 2 -kartoituksesta 74/86 pistettä. Hänen taitonsa kehittyivät huomattavan paljon syksyn aikana, sillä hän paransi kartoituksesta saatua tulostaan peräti 29 pisteellä. Verrattaessa sitä, miten Lapsi 2 laski asioita syksyllä ja keväällä, voidaan huomata, että hänen pisteensä nousivat keväällä 8 pistettä. Hän oli siis siirtynyt yhä enemmän käyttämään laskemisessa vain katseella laskemista. Numeroiden piirtämisessä ei kuitenkaan ollut tämän lapsen kohdalla havaittavissa huomattavia muutoksia:



Kuva 10. Lukujono 1-9, syksyllä 2014 (Lapsi 2)



Kuva 11. Lukujono 1-9, keväällä 2015 (Lapsi 2)

Lapsi 3

Tämän lapsen kohdalla lähtötilanne ei ollut niin huolestuttava kuin Lapsella 1, sillä MAVALKA 2 -kartoituksessa syksyllä saadut pisteet olivat 46/86. Pisteet jäivät kuitenkin hieman huolen rajan (47) alapuolelle, joten hänet valittiin kerhoon mukaan. Kartoituksen perusteella tyttö oli alkusyksystä numeerisen tiedon ja taidon hierarkkisen rakentumisen portailla 5, mikä vastaa noin 2,5–4-vuoden ikäisen lapsen tasoa (Kuva 1). Hän osasi antaa kardinaalimerkityksen lukusanoille 1–10, mutta sitä suurempia lukumääriä hän ei pystynyt laskemaan. Kun tarkastellaan lukukäsitteen ja laskemisen taitoja kartoituksen perusteella, Lapsi 3 osasi laskea kymmeneen saakka, mutta numerosymbolin kirjoittamisessa hän osasi vain numerot 1, 4 ja 8. Laskemisessa tämä lapsi käytti paljon apuna sormiaan ja sai laskemista pisteytettäessä kartoituksesta 19/37 pistettä.

Hänen kohdallaan vanhemmat ilmoittivat, että lapsella on isompia sisaruksia alakoulussa ja että lapsi pelaa tabletilla kotona lähes joka päivä. Lautapelejä Lapsi 3 pelasi kotona vanhempien arvion mukaan noin kerran viikossa. Numeroista Lapsi 3 puhui kotona joka päivä ja hänen huomionsa kiinnitettiin ympäristön lukumääriin lähes joka päivä.

Suhdekäsitteet, avaruudelliset käsitteet sekä luokittelutaidot olivat Lapsella 3 hyvin hallussa. Hän hallitsi käsitteet *vieressä*, *takana*, *edessä*, *alapuolella*, *päällä*, *alla* sekä osasi vertailla eri ominaisuuksien mukaan. Lisäksi Lapsi 3 hallitsi ominaisuuksia ilmaisevat käsitteet sekä osasi erottaa oikean ja vasemman. Hänen suhdekäsitteidensä sekä luokittelutaitonsa osaaminen käy ilmi seuraavista tekstinäytteistä. Niistä voidaan lukea myös, että tämä lapsi kielentää matematiikkaa suullisesti ja taktiilisesti.

Kerhokerta 1

Ohjaaja: Älä kerro mikä se on, vaan yritä kuvailla sitä mahdollisimman paljon, että me pystytään tietämään minkälainen se on. Mitens erilailla sä voit kertoa jostain esineestä kun sä tunnustelet sitä?

Lapsi 3: Että siinä olis neliö...öö neljä kulmaa.

Ohjaaja: Niin, siinä voi olla neljä kulmaa tai siinä voi olla kolme kulmaa. Mitäs eroa neliöllä tai kolmiolla on?

Lapsi 3: Toisessa on enemmän kulmia.

Ohjaaja: Niin toisessa on enemmän kulmia kuin toisessa. Otetaan vielä täältä uudestaan. Täällä oli tää kolmio. Montas kulmaa siinä on?

Lapsi 3: Kolme.

Kerhokerta 2

Ohjaaja: Taitaa kuule olla vihreitä; osaatko laskea kuinka monta niitä on?

Lapsi 3: (Laskee koskettaen) Yksi, kaksi kolme neljä, viisi, kuusi seitsemän.

Loogisten palojen avulla harjoiteltiin sarjan tekemistä ja jatkamista. Lapsi 3 ymmärsikin tuokion aikana parin kokeilun jälkeen hyvin sen, miten hän pystyy suullisesti kielentämällä kertomaan oman sarjansa muille ryhmän jäsenille. Alla olevasta tekstistä voidaan nähdä, kuinka hän jäsentää ajatteluaan itselleen ja muille.

Kerhokerta 3

Ohjaaja: Hyvä! Sitten NN vielä, mikäs on ensimmäinen?

Lapsi 3: Ensimmäinen on pieni neliö, jossa ei ole reikää. Sitten on pieni neliö, jossa on reikä. Sitten on iso kolmio, jossa ei ole reikää. Ja sitten on iso ympyrä, jossa on reikä.

Laskemisen taitoja tarkasteltaessa Lapsi 3 osasi syksyllä laskea etuperin numeroon 10 asti, mutta takaperin laskeminen ei sujunut lainkaan. Hänen laskemisen taitonsa kehittyivät syksyn aikana paljon, sillä kevään MAVALKA 2 -kartoituksessa häneltä sujui sekä eteen- että taaksepäin laskeminen lukualueella 1–20. Luettelemisen lisäksi lukujonotaitoihin kuuluu kuitenkin taidon vakiintuminen, jolloin lapsi osaa aloittaa laskemisen myös lukujonon keskeltä. Kerhokerralla 4 laskettiin helminauhan helmiä. Seuraavassa esimerkissä tulee esille se, että Lapsi 3 ei onnistunut sanomaan naapurilukuja, vaan joutui aloittamaan laskemisen aina alusta alkaen.

Kerhokerta 4

Lapsi 3: Seitsemän jälkeen tulee: yks, kaks, kolme, neljä, viis, kuus, seitsemän ja kahdeksan.

Lapsi 3: Yksi, kaks, kolme, neljä, viis, kuus, seitsemän, kahdeksan, yhdeksän.

Ohjaaja: Tässä on seitsemän ja seitsemän jälkeen tulee?

Lapsi 3: Yksi, kaks, kolme, neljä, viis, kuus, seitsemän...kahdeksan?

Ohjaaja: Onkos täällä nyt kahdeksan?

Lapsi 3: Yksi, kaks, kolme, neljä, viisi, kuus, seitsemän, kahdeksan....(ottaa yhden pois).

Lapsi 3:n subitisaatiotaidot kehittyivät syksyn mittaan. Kerhokerroilla hän varmisti lähes kaiken laskemansa koskettaen, mutta keväällä MAVALKA 2 -kartoituksessa hän pystyi nopeasti havaitsemaan lukumäärän neljä laskematta sitä enää. Lapselle alkoi hahmottua kerhokertojen

edetessä myös yhteen- ja vähennyslaskujen idea. Lisäksi hän myös alkoi suullisesti kielentämään omaa ajatteluaan. Nämä asiat voidaan huomata esimerkiksi kerhokerralla 6:

Kerhokerta 6

(Lapsi 3 ottaa käteensä kortin, jossa on kolme leppäkerttua.)

Ohjaaja: Kerro vaan, jos sulla on joku mielessä, mitä sä ajattelet?

Lapsi 3: Kolme (osoittaa ensimmäistä korttia) ja yksi (osoittaa toista korttia) ja yks, kaks kolme neljä. (osoittaa kolmatta korttia).

Ohjaaja: Eli ensin on ...

Lapsi 3: Kolme.

Ohjaaja: Leppäkerttua ja sitten tulee ...

Lapsi 3: Yksi.

Ohjaaja: Tulee lisää...yhteensä on sen jälkeen...?

Lapsi 3: Yks kaks kolme neljä (laskee ääneen ja koskettaen)... neljä.

Ohjaaja: Jos joku lähtee pois? Miten tekisit sitten? Kuka hoksaa? (Lapsi 3 viittaa)

Lapsi 3: (Siirtelee kortteja) Mä laittasin tän tähän ja tän tähän. (Laittaa kortit järjestykseen, jossa ensin on viisi, sitten yksi ja sitten neljä toukkaa.)

Ohjaaja: Kerro miksi. (hiljaista....)Sä laitoit ihan oikein, mä voin auttaa...ensin on, montako?

Lapsi 3: Viis.

Ohjaaja: Sitten on...

Lapsi 3: Yksi.

Ohjaaja: Tekee mitä?

Lapsi 3: Menee pois.

Ohjaaja: Ja jäljelle jää? Montako?

Lapsi 3: (Laskee koskettaen ja ääneen) Yks, kaks kolme neljä, neljä.

Laskemisen taitoihin kuuluu lukujonon luettelemisen taidon lisäksi myös numerosymbolien hallitseminen eli lukusanan ja numerosymbolin yhdistäminen. Tämän taidon hallitseminen näkyi seuraavissa tuokiossa.

Kerhokerta 8:

Ohjaaja: Montako siinä ryhmässä on?

Lapset: Yks, kaks, kolme, neljä, viisi, kuus.

Ohjaaja: Näytä sormilla. Hyvä. Onko näitä enemmän vai vähemmän vai onko niitä saman verran? (Osoittaa muovieläimiä.)

Lapsi 3: Saman verran.

Ohjaaja: (Laittaa lattialle numerot 2 ja 9) Mitäs voisitte näistä kertoa?

Lapsi 3: Yks noista on kakkonen.

Ohjaaja: Näytätkö sen? (Lapsi 3 osoittaa oikean numerokortin.)

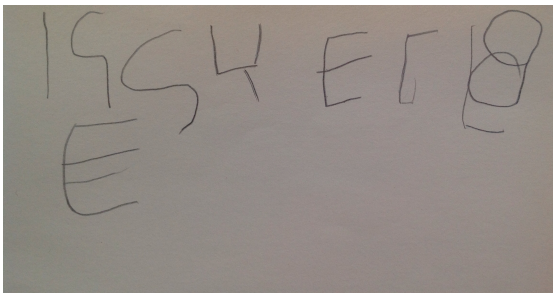
Kerhokerta 9:

Lapsi 3:Paljonko ne olisi yhteensä? Kolme euroa ja kaksi euroa.

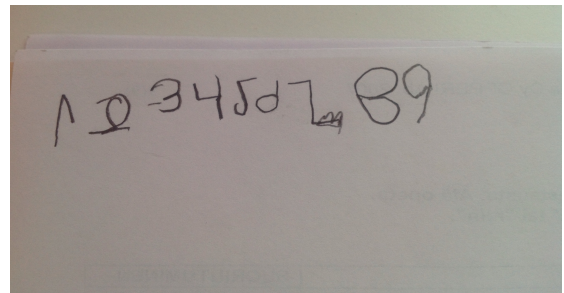
Ohjaaja: Mitä ne ois yhteensä?

Lapsi 3: Kaksi ja kolme (ottaa toisesta kädestään kaksi sormea avuksi ja toisesta kolme, laskee ne vielä koskettaen yhteen.) Viis.

Lapsi 3 sai kevään MAVALKA 2 -kartoituksesta 72/86 pistettä. Huomattava parannus tapahtui lukujonotaitoja mittaavasta tehtäväosiesta. Syksyllä pisteet olivat 9/20 ja keväällä 16/20. Samoin edistymistä tapahtui laskemistavassa. Syksyllä lapsi laski paljon koskettaen ja siltikin yksi yhteen vastaavuus saattoi mennä väärin. Keväällä laskeminen oli tarkentunut ja hän sai pisteitä laskemista mittaavasta osiosta 29/37 pistettä. Hän muisti hyvin pitkälle mitä hän oli laskenut ja näki vastaukset lähes aina kerralla sekä laski suurempia lukumääriä koskettamisen sijaan katseella. Lapsi 3 kehittyi myös numerosymbolien kirjoittamisessa. Syksyn lukujonosta (1–9) oli selkeästi tunnistettavissa vain numerot 1,4 ja 8, mutta keväällä piirrettyssä lukujonossa kaikki numerot voitiin tunnistaa.



Kuva 12. Lukujono 1-9 syksyllä 2014 (Lapsi 3)



Kuva 13. Lukujono 1-9 keväällä 2015 (Lapsi 3)

Lapsi 4

Tämän lapsen kohdalla MAVALKA 2 -kartoituksesta syksyllä saadut pisteet olivat 44/86, eli ne jäivät alle huolen rajan (47). Kartoituksen perusteella tyttö oli alkusyksystä numeerisen tiedon ja taidon hierarkkisen rakentumisen portailla 3 ja 4, mikä vastaa noin 3,5-vuotiaan lapsen ymmärryksen tasoa (Kuvio 1). Lukualueella 1–10 toimiminen eteen- ja taaksepäin ei sujunut. Lapsi 4 ei myöskään syksyllä saanut piirrettyä tunnistettavaa lukujonoa. Laskemistapaa arvioitaessa Lapsi 4 käytti paljon apunaan sormia. Laskemistapaa mittaavasta osiosta hän sai syksyllä pisteitä kuitenkin vain 15/37. Tämä johtui pääosin siitä, että hän ei osannut vastata oikein kaikkiin kysymyksiin. Lukukäsitteet sen sijaan olivat suhteellisen hyvin hallussa, mutta numerosymbolien yhdistäminen lukusanaan oli haastavaa. Lisäksi käsitteiden *enemmän* ja *vähemmän* ymmärtäminen oli tällä lapsella vaikeaa.

Vanhempien vastausten perusteella Lapsi 4:lla oli myös alakoulussa olevia sisaruksia. Hän pelasi tabletilla vanhempien mukaan harvemmin kuin kerran kuussa. Sen sijaan laskemista vaativia lautapelejä hän pelasi kotona noin kerran viikossa. Vanhemmat ilmoittivat, että Lapsi 4 puhuu kotona numeroista joka päivä ja että lapsen huomio kiinnitetään ympäristön lukumääriin joka päivä.

Suhde- sekä avaruudelliset käsitteet tällä lapsella olivat hyvin hallussa. Hän osasi lisäksi vertailla eri ominaisuuksien mukaan. Lapsi 4 hallitsi myös hyvin suuntaa ja ominaisuuksia ilmaisevia käsitteitä kuten *samanlainen, erilainen, leveä, kapea sekä oikea ja vasen*. Subitisaatiotaito oli Lapsella 4 hallussa lukumäärien 2–4 osalta. Tämä näkyi esimerkiksi seuraavien kerhokertojen aikana:

Kerhokerta 1

Ohjaaja: Miltäs se tuntuu?

Lapsi 4: Kova.

Ohjaaja: Se on kova. Joo-o. Älä kurki mitä kaverilla on. Miltäs muuta siellä on?

Lapsi 4: Se on pieni.

Ohjaaja: Pieni. Minkä muotoinen se on?

Lapsi 4: Pyöreä.

Kerhokerta 2

Ohjaaja: Kaksi. Montako keltaista näet siinä ?

Lapsi 4: Kaksi (vastaa heti).

Kerhokerta 6

Ohjaaja: Mulla on tässä tämmöinen laskutarina. Ensin on (asettaa kortin lattialle, jossa on neljä toukan kuvaa) montako toukkaa? (Lapsi 1 kumartuu laskemaan koskettaen, Lapsi 4 viittaa ensin)

Ohjaaja: NN

Lapsi 4: Neljä (sanoo lukumäärän laskematta sitä).

Lapsi 4:n voidaan sanoa hallinneen laskemisen taidot lukualueella 1–10 jo kerhokerralla 4. Hänen kohdallaan voidaan myös nähdä, että lukujonotaidot olivat vakiintuneemmat kuin esimerkiksi Lapsi 3:n kohdalla; hän osasi tuolloin jatkaa laskemista myös lukujonon keskeltä. Tässä näyte kerhokerroista 4 ja 7:

Kerhokerta 4

Lapsi 4: (Laskee sormilla) Seitsemän!

Lapsi 4: Yksi, kaksi, kolme, neljä, viis, kuus ja seitsemän.

Lapsi 4: Laskee sormilla, yksi, kaksi, kolme, neljä, viisi, kuus, seitsemän, kahdeksan, yhdeksän.

Ohjaaja: Tietääkö Lapsi 4 mikä ysin jälkeen tulee?

Lapsi 4: Kymmenen.

Kerhokerta 7

Ohjaaja: Montako sinulla oli?

Lapsi 4: Mä lasken, yks, kaks, kolme, neljä, viis, kuus, seitsemän.

Lukusanan ja numerosymbolin yhdistäminen sujui tältä lapselta seuraavasti:

Kerhokerta 8

Lapsi 4: Toi on yheksän (näyttää numerokorttia 9).

Kerhokerta 9

Ohjaaja: Eli yksi on myyjä, muut ostavat vuorollaan, ja käytössä teillä on yhden euron kolikot.

Lapsi 4: Mulla on kymmenen (laski rahat mielessään).

Ohjaaja: Paljonkos teillä nyt on yhteensä? Neljä euroa, kaksi euroa ja yksi euro.

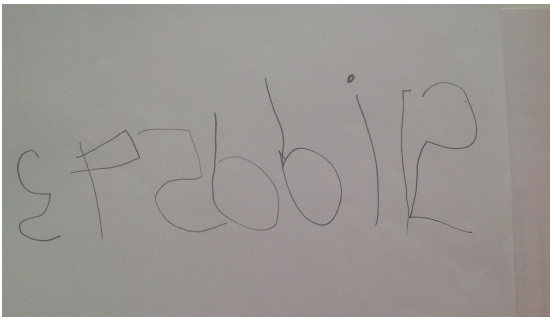
Lapsi 4: Seitsemän.

Kerhokerta 10

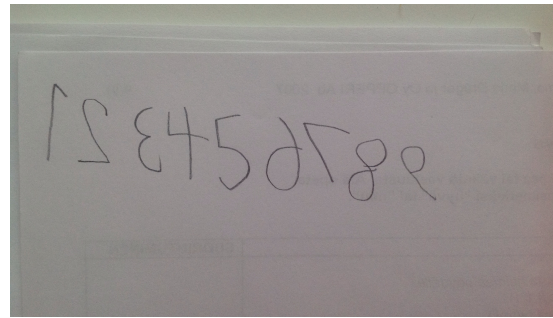
Ohjaaja: Sitten laittakaa nämä numerot jokaisen oikean pistepurkin eteen (antaa kummallekin parille pinon numerokortteja).

(Lapsi 4 laittaa numerot kuusi, viis ja yhdeksän oikeille paikoilleen. Pari ehtii laittaa kaikki muut numerot.)

Keväällä tehdystä MAVALKA 2- kartoituksesta Lapsi 4 sai pisteitä 72/86. Kartoitusta tehtäessä voitiin huomata, että lukujonotaidot olivat kehittyneet hyvin lukualueella 1–20. Lapsi 4 pystyi keväällä esimerkiksi laskemaan taaksepäin luvusta 20 lukuun yksi asti virheettä. Hän onnistui myös laskemaan pyydettäessä jopa pareittain lukuun 20 saakka. Keväällä hän oli myös pääosin siirtynyt sormilla laskemisesta katseella laskemiseen. Laskemista mittaavasta osiosta hän sai pisteitä 29/37 ja paransi näin pisteitään syksyn osalta 14 pistettä. Lapsi myös muisti hyvin pitkällekin laskemansa luvut ja jos joutui tarkistamaan, osasi hän laskea vain katseella. Lukujonon 1–9 piirtäminen kehittyi tämän lapsen kohdalla muihin verrattuna eniten. Kehityksen voi nähdä Kuvista 14 ja 15.



Kuva 14. Lukujono 1-9 syksyllä 2014 (Lapsi 4)



Kuva 15. Lukujono 1-9 keväällä 2015 (Lapsi 4)

8 YHTEENVETO TUTKIMUSTULOKSISTA JA LUOTETTAVUUDEN POHDINTAA

Tässä luvussa esitämme tutkimustulosten yhteenvedon sekä pohdimme tutkimuksen luotettavuutta ja eettisyyttä. Tutkimustuloksia tarkastelemme peilaten niitä aikaisempiin tutkimustuloksiin. Arvioimme tutkimuksen eettisyyttä sen vuoksi, että olimme tekemisissä lasten kanssa. Lisäksi tarkastelemme luotettavuutta pohtien sitä, miten reliabiliteetti ja validiteetti näkyvät kvantitatiivisessa sekä kvalitatiivisessa osuudessa.

8.1 Yhteenveto tutkimustuloksista

Tämän tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää monipuolisesti esiopetusikäisten varhaisten matemaattisten taitojen kehittymistä ja sen tukemista. Tutkimustehtävät jakautuivat kolmeen aihealueeseen. Ensimmäiseksi halusimme selvittää, kuinka kotona tapahtuva arjen matematiikka heijastuu esiopetusikäisten lasten matematiikan taitoihin. Toiseksi halusimme saada selville, miten matemaattisilta taidoiltaan heikot kielentävät matemaattista ajatteluaan. Kolmas kiinnostava ja tutkimuksen arvoinen asia oli selvittää, miten intensiivisellä pienryhmätoiminnalla voidaan vaikuttaa esiopetusikäisten matemaattisiin taitoihin.

Tutkimus toteutettiin yhdistäen kvantitatiivista ja kvalitatiivista menetelmää. Tutkimukseen osallistui 40 lasta kahdesta esiopetusryhmästä sekä heidän vanhempansa. Aikaisempien tutkimustulosten perusteella lapsen elinympäristö ja vuorovaikutustilanteet vaikuttavat siihen, miten lapsi kiinnittää spontaanisti huomiota ympäristönsä lukumääriin ja miten lapsi suhtautuu matematiikkaan. Tämän on havaittu olevan yhteydessä lapsen matemaattisiin taitoihin. (Mattinen 2006; Hannula & Lehtinen 2001; 2005; Hannula, Lehtinen & Räsänen 2007; 2006; Levine, Suriyakham, Rowe, Huttenlocher & Gunderson 2010; Cannon ja Ginsburg 2008.) Tämän tutkimuksen tulosten perusteella ei löydetty kuitenkaan selvää yhteyttä kodin arjessa tapahtuvan matematiikan ja lapsen matemaattisten valmiuksien välillä. Vanhempien vastauksista ei ilmennyt yhteyttä esimerkiksi laskemista vaativien pelien pelaamisen määrän ja lapsen MAVALKA 2 -kartoituksen tuloksen välillä. Vanhempien vastauksia tarkasteltiin samalla tavalla jokaisen lapsen

kohdalla ja etsittiin yhteyttä kodin arjessa esiintyvän matematiikan ja lapsen osaamisen tason välillä. Yhteyttä lapsen osaamiseen ei löydetty senkään perusteella, oliko lapsella sisaruksia alakoulussa tai puhuiko lapsi numeroista kotona vanhempiensa kanssa. Lapsen matemaattisten valmiuksien tasoa ei voitu myöskään arvioida sen perusteella, kiinnittivätkö vanhemmat lapsensa huomion ympäristön lukumääriin usein. Ainoa yhdistävä tekijä löydettiin Noppakerhoon osallistuneiden lasten kohdalla. Noppakerhoon osallistuneiden lasten vanhempien vastauksista tuli esiin se, että kyseiset lapset pelaavat paljon tabletilla, mutta lautapelejä käytettiin perheissä kerran viikossa tai harvemmin. Tabletilla pelatessa puuttuu aito vuorovaikutus, joka taas korostuu lautapelejä pelattaessa. Tuo aidon vuorovaikutuksen puuttuminen voi osaltaan selittää lasten heikompaa matemaattista osaamista. Oppiminen voidaan nähdä kuitenkin hyvin pitkälle vuorovaikutustoimintana (Hakkola & Virsu 2000, 39).

Tutkimukseen osallistuneiden lasten väliset erot matematiikan osaamisessa olivat suuret. Tulos oli odotettavissa aikaisempien tutkimusten valossa, sillä lasten elinympäristö vaikuttaa lasten matemaattisten taitojen kehittymiseen (Aunio, Hannula & Räsänen 2004, Mattinen 2006). Esiopetusikäisten taitoja tarkemmin tarkasteltaessa voidaan havaita, että tyttöjen ja poikien osaamisen välillä ei ollut havaittavissa tilastollisesti merkitseviä eroja. Tyttöjen sekä poikien pisteet jakautuivat kaiken kaikkiaan tasaisesti jokaiseen pisteluokkaan (Taulukko 1). Tämä on myös linjassa aikaisempien tutkimustulosten valossa, joiden mukaan matematiikan osaamisessa ei voida esiopetusikäisillä havaita sukupuolieroja (Hannula ja Lepola 2006, 143; Robinson ja Lubienski 2011, 294).

Tutkimukseen osallistuneet lapset osasivat määrittää lukumäärän pääsääntöisesti hyvin lukualueella 1–20. Jo esiopetusvuoden alussa suurin osa lapsista suoriutui ongelmitta lukumääräisyyden käsitteeseen liittyvistä tehtävistä eli lukumäärien laskemisesta. Esiopetusvuoden lopussa enää vain hyvin pienellä osalla lapsista oli ongelmia lukumäärien laskemisessa. Tämä on ristiriidassa Hannulan ja Lepolan (2006, 130) tutkimuksen kanssa, sillä sen perusteella esiopetuksen katsotaan tukevan lähtökohdiltaan heikompien lasten lukemaan oppimista, mutta ei matemaattisten taitojen kehitystä. Tutkimuksemme tulosten perusteella voidaan todeta, että esiopetusvuoden aikana on kuitenkin vielä mahdollisuus vahvistaa lasten varhaisia matemaattisia taitoja ja näin luoda pohjaa matematiikan osaamiselle koulun alkua varten. Keväällä tehty MAVALKA 2 -kartoitus osoittaa sen, että jokainen lapsi pääsi keväällä tarkemman pisteytyksen mukaan yli 64 pisteen, mutta erityisen parannuksen tekivät pienryhmään kuuluvat noppakerholaiset, jotka paransivat tuloksiaan keskimäärin 25,5 pistettä. Kolme heistä pääsivät heikoista erinomaisten tasolle. Yhden lapsen tulokset paranivat 100%:sesti, vaikka tulos jäikin vielä huolen rajan (47) alapuolelle. Intensiivisellä pienryhmätoiminnalla voidaan siis tasoittaa eroja

lasten matemaattisten valmiuksien välillä. Tämä tulos poikkeaa Etelälähden (2014) tutkimuksesta, jonka mukaan esiopetus ei kyennyt tasoittamaan eroja lasten matemaattisissa taidoissa; heikot olivat hänen mukaansa esiopetusvuoden jälkeen edelleen samassa asemassa.

Pienen opetusryhmän voidaan katsoa siis tukevan lasten oppimista (Kirjavainen, Pekkarinen, Uusitalo 2015, 53). Kolme neljästä tähän Noppakerhoon osallistuneista lapsista saavuttivat jo hyvät matemaattiset valmiudet keväällä. Pienessä ryhmässä oli mahdollista harjoitella esimatemaattisia taitoja monipuolisesti matematiikan neljän eri kielen avulla. Lapsilla oli mahdollisuus puhua enemmän keskenään kuin suuressa ryhmässä. Heillä oli mahdollisuus harjoitella matemaattisia asioita luonnollisen kielen lisäksi taktiilisen toiminnan kielen, kuviokielen sekä matematiikan symbolikielen kautta. Pieni ryhmä mahdollisti sen, että aikuinen pystyi jatkuvasti tukemaan lapsia tässä kielten välisessä koodinvaihdossa. (Joutsenlahti & Rättyä 2015.) Lisäksi lapset kykenivät rakentamaan merkityksiä matemaattisista asioista, sillä he saivat konkreettisesti kokea, mihin eri käsitteet liittyvät (Tynjälä 2004, 61; Joutsenlahti & Kulju 2010, 54). Kerholaiset kielensivät matematiikkaa hyvin usein suullisesti sekä taktiilisen eli toiminnan kielen kautta. Lapset laskivat paljon ääneen ja siirsivät esineitä tai varmistivat laskemaansa koskettaen. He käyttivät myös paljon sormia laskiessaan sekä ilmaistessaan lukumääriä. Kerhokertojen edetessä voitiin nähdä yhden lapsen kohdalla siirtyminen sormilla laskemisesta katseella laskemiseen. Katseella laskeminen vaatii lapselta jo hyvää pohjaa lukujonotaidoista. Suullinen kielentäminen näkyi tutkimuksessa laskutarinoissa, kun lapsi alkoi kielentämään omaa ajatteluaan ja tuottamaan laskutarinaa. Tämä edesauttaa oman ajattelun jäsentämistä ja kehittämistä sekä edistää lapsen päättelykykyä (Joutsenlahti & Kulju 2010; Chapin, O'Connor & Caravan Anderson 2009).

Noppakerholaisten taitojen kehittymistä laajemmin tarkasteltaessa erityisesti pienten lukumäärien tarkka ja nopea havaitseminen kehittyi ja parhaimmillaan osa lapsista erotti jo lukumäärän 4 laskematta. Tämän subitisaatiokyvyn on todettu olevan olennainen taito yhteen- ja vähennyslaskutaitojen oppimisessa ja vakiintumisessa (Clements & Sarama 2009, 9; Geary, Hamson & Hoard 1999; 2000). Kerholaisten on näin ollen mahdollista oppia nyt tunnistamaan suuremmat lukumäärät osittelun kautta ja näin kehittää laskustrategioitaan. Myös määrää ilmaisevien käsitteiden kuten *enemmän, vähemmän ja yhtä monta* hallinta parantui vuoden aikana sekä lukujonon luettelutaidon osaaminen kehittyi. Syksyllä kerholaiset aloittivat aina lukujonon alusta laskiessaan jotakin, eikä laskeminen aina ilmentänyt yksi yhteen vastaavuutta. Vähitellen esineiden ja asioiden laskeminen kehittyi kuitenkin tarkemmaksi ja johdonmukaisemmaksi. Noppakerholaisista kolme kykeni keväällä liikkumaan lukualueella 1–20 sujuvasti eteen- ja taaksepäin ja yksi heistä osasi keväällä käsitellä lukujonoa lukujen 1–10 välillä. Tämän lukujonon

luettelutaidon kehittymisen myötä heillä on näin ollen esiopetusvuoden jälkeen hyvät edellytykset yhteen- ja vähennyslaskujen oppimiseen (Aunio 2008, 67–68; Kinnunen ym 1994, 60 & Salminen & Varama 2014, 19–20).

8.2 Tutkimuksen eettisyys ja luotettavuus

Tätä tutkimusta tehtäessä on noudatettu hyvää tieteellistä käytäntöä Tutkimuseettisen neuvottelukunnan (2012) antamien ohjeiden mukaan. Tutkimusta tehdessämme olemme esimerkiksi noudattaneet rehellisyyttä, huolellisuutta ja tarkkuutta tutkimusprosessin jokaisessa vaiheessa. Olemme viitanneet muiden julkaisuihin asianmukaisella tavalla sekä tuoneet esiin tutkimusaineiston todenperäisyyden lainausten ja kuvien muodossa analyysivaiheessa. Lisäksi olemme varmistaneet tutkimukseen osallistuneiden anonymiteetin suojaamisen jättämällä mainitsematta tutkimukseen osallistuvien nimet sekä paikkakunnan.

Tutkimuksen eettisyyttä arvioitaessa nostamme esille lasten tutkimuksen etiikan. Strandellin (2010, 100) mukaan tutkimuspaikan valtasuhteet ja rakenteet vaikuttavat tutkimusprosessiin ja myös tutkimuksen tuloksiin. Tutkimuksemme suoritettiin esiopetuksessa, jossa lapset ovat joka tapauksessa aikuisten ohjattavana ja olimme itse heille auktoriteetteja. Herääkin kysymys, kuinka vapaaehtoista tutkimukseen osallistuminen lapsille oli ja oliko heillä mahdollisuus kieltäytyä. Tutkimukseemme osallistuneet lapset eivät välttämättä osanneet erottaa esiopetuksen yhteydessä tehtävää tutkimusta normaalista esiopetustoiminnasta. Strandell (2010, 108–110) painottaa, että lapsitutkimukselta odotetaan muuta tutkimusta enemmän ongelmien paikantamista ja sitä, että lapset kohdataan loppuun asti noudattamalla eettisiä periaatteita, kuten vapaaehtoisuutta, suostumusta ja luottamusta. Emme kuitenkaan huomanneet missään vaiheessa, että lasten mielestä kerhokerrat olisivat olleet epämukavia tai että he olisivat kokeneet olevansa arvioinnin kohteena. Toiminta oli leikinomaista ja näytti olevan heistä vain kivaa. Aina lapset eivät olleet välttämättä valmiita tulemaan kerhoon, mutta se taas useimmiten johtui siitä, että heillä oli joku mukava leikki kesken. Tätä hetkittäistä vastahankaisuutta ei pidä sekoittaa siis siihen, että lapset eivät olisi halunneet osallistua tutkimukseen.

Tutkimuksen luotettavuutta tarkasteltaessa puhutaan yleisesti validiteetista eli pätevyydestä ja reliabiliteetista eli pysyvyydestä (Ronkainen & Pehkonen & Lindblom-Ylänne & Paavilainen 2011, 129). Tätä tutkimusta tehtäessä on käytetty sekä kvalitatiivisia että kvantitatiivisia menetelmiä ja niiden yhteydessä validiteettia ja reliabiliteettia määritellään hieman eri tavoin.

Kvalitatiivisessa tutkimuksessa reliabiliteettia eli pysyvyyttä tarkasteltaessa voidaan puhua tutkimuksen mitattavuudesta. Analyysivaiheen tulisi olla johdonmukainen sekä siitä tehtyt

tulkinnat luotettavia. (Ruusuvuori, Nikander & Hyvärinen. 2011, 26–27; Seale, Gobo, Gubrium & Silverman 2004, 377.) Olemme pyrkineet kuvaamaan analyysivaiheen etenemistä mahdollisimman tarkasti ja esitelleet tulokset seikkaperäisesti käyttäen aineistoviitauksia (Hirsjärvi, Remes & Sajavaara 2013, 232). Tällöin lukijan pohdittavaksi jää, kuinka hyvin tutkija on valinnut toimintatapansa ja kuinka hyvin tuloksia voisi soveltaa muissa konteksteissa. Validiteetti eli pätevyys tarkoittaa kvalitatiivisessa tutkimuksessa sitä, että arvioidaan aineiston valintaa, analyysin laadukkuutta sekä tutkimuskysymyksiin vastaamista (Ruusuvuori ym. 2011, 26). Pätevyyttä tällä tutkimukselle tuo tutkimusaiheen valinta. Matematiikan kielentämistä ei juuri ole aikaisemmin tutkittu esiopetuksessa, joten tämän tutkimuksen tuottamien tulosten avulla voidaan ilmiötä ymmärtää paremmin. Vastasimme myös asettamiimme tutkimuskysymyksiin monipuolisesti ja keräsimme tietoa monella eri menetelmällä. Tätä voidaan kutsua menetelmätriangulaatioksi. Menetelmätriangulaation lisäksi tutkimuksessamme toteutui kolme muutakin triangulaatiotapaa: tutkijatriangulaatio, metodien triangulaatio sekä analyysimenetelmien triangulaatio. Tällöin voidaan puhua monitriangulaatiosta. (Tuomi & Sarajärvi 2009, 145; Raunio 1999, 343.) Tutkijatriangulaation hyödyllisyys tuli esiin esimerkiksi pienryhmätöinnässä, jolloin ohjaajien resurssit tukea oppimista olivat paremmin käytössä. Tällöin kaksi ohjaajaa saattoi havaita tutkittavissa jotain sellaista, mitä lapsen entuudestaan tunteva opettaja ei välttämättä ollut huomannut tai tiedostanut. Tällainen mahdollinen tuki yksittäisen lapsen polulla esiopetuksesta alkuopetukseen on erittäin tärkeää.

Kvantitatiivisessa tutkimusperinteessä validiteetilla tarkoitetaan tutkimuksessa käytetyn mittarin luotettavuutta ja toimivuutta. Reliabiliteetilla tarkoitetaan tulosten toistettavuutta. Tähän liittyy myös otoskoon edustavuus. Otoskoon tulisi olla riittävän suuri ja muistuttaa riittävästi populaatiota, jotta sitä voidaan käyttää tilastollisten päätelmien tekemiseen. (Hirsjärvi, Remes & Sajavaara 2004, 231; Nummenmaa 2009, 25.) Tässä tutkimuksessa oli mukana 40 esioppilasta sekä heidän vanhempansa. Mielestämme heidän voidaan katsoa hyvin edustavan keskivertaista, heterogeenista esiopetusryhmää, sillä lapsiryhmiä ei ollut muodostettu minkään kriteerin, kuten esimerkiksi taitotason perusteella. Lisäksi lasten taitoja mitattaessa käytettiin matematiikan oppimiseen perehtyneiden asiantuntijoiden laatimaa mittaria, MAVALKA 2 -kartoitusta. Kartoitusta on mahdollista käyttää jatkossa samalla tavalla minkä tahansa esiopetusryhmän kohdalla, sillä se on kaikkien ostettavissa.

9 POHDINTA JA JATKOTUTKIMUSAIHEET

Kommunikatiivisena toimintatutkimuksena suoritettu pro gradu- tutkimus onnistui mielestämme hyvin. Saimme sen avulla yhdistettyä teorian ja käytännön. Kommunikatiivisen toimintatutkimuksen avulla pyritään etsimään ratkaisuja käytännön ongelmiin ja saada aikaan muutos tutkittavassa kohteessa. Ongelmana meillä oli lasten väliset huomattavat tasoerot matemaattisissa taidoissa sekä suuren lapsiryhmän tuomat haasteet eriyttää opetusta riittävästi. Tähän haimme ratkaisua pienemmästä opetusryhmästä. Lasten osaamisen ongelmakohdat saimme selville esiopetusvuoden alussa tehdyllä MAVALKA 2 -kartoituksella sekä vanhemmille suunnatulla kyselylomakkeella. Kartoituksen avulla saimme tietoa esioppilaiden matemaattisista valmiuksista ja pystyimme keskittämään huomiomme tuen tarpeessa oleviin lapsiin. Kartoituksen ja omien havaintojemme perusteella muodostimme heistä oman, pienen homogeenisen kerhoryhmän. Tarkoituksenamme oli selvittää tuon pienryhmätoiminnan vaikutuksia matemaattisten taitojen kehittymiseen. Tutkimuksen avulla selvisi, että lasten matemaattiset valmiudet parantuivat toiminnallisen harjoittelun avulla, kun opetusta voitiin kohdistaa oikein ja ohjata lapsia käyttämään matematiikan neljää eri kieltä monipuolisesti. Pohdimme seuraavaksi tarkemmin koko tutkimusprosessin eri vaiheita.

Tutkimustulostemme perusteella esiopetukseen tulevien lasten matemaattisissa taidoissa on suuria eroja. Käyttämämme MAVALKA 2 -arviointimenetelmä on mielestämme oivallinen apuväline siihen, kuinka voidaan tunnistaa matemaattisilta taidoiltaan heikot lapset. Kartoitus on tarpeeksi perusteellinen, jonka aikuinen suorittaa kahden kesken lapsen kanssa. Silloin on mahdollista saada monipuolisempi käsitys yksittäisen lapsen osaamisesta. Tämä lapsen taitotason perusteellisen selvittäminen on tärkeää, jotta voidaan suunnitella opetusta tehokkaasti. Olennaista on tämän lisäksi myös jatkuvasti havainnoida lapsia arjen eri tilanteissa ja kiinnittää huomiota siihen, miten he niissä käyttäytyvät.

Valitsimme Noppakerhoon lapset MAVALKA 2 -kartoituksesta saatujen tulosten sekä arjen havaintojen perusteella. Yhtenä valintakriteerinä meillä oli myös se, että lapsia olisi tasaisesti kummastakin lapsiryhmästä. Lasten vanhemmilta kysyttiin vielä suullisesti suostumus osallistua kerhoon. Kerhokertojen jälkeen keskustelimme yleensä vanhempien kanssa siitä, mitä olimme

tehneet ja kuinka lapsi oli edistynyt. Tällöin pidimme samalla yllä hyvää kasvatuskumppanuutta. Kerhokertoja suunniteltaessa meillä oli runko, jota muokattiin jokaisen kerran jälkeen omien havaintojemme pohjalta. Seuraavan kerhokerran suunnitelmiin vaikutti aina se, miten lapset selviytyivät edellisestä kerhokerrasta. Näin ollen tutkimuksemme reflektiivisyys säilyi hyvänä. Tarkoituksenamme meillä oli tarjota lapsille mielekkäitä oppimistilanteita, joissa voidaan ottaa huomioon lasten aikaisempi osaaminen. Opetusmenetelmämme olivat räätälöity lasten taitojen mukaan. Lapset työskentelivät näin ollen jokaisella kerhokerralla omalla lähikehityksen vyöhykkeellään; he opettelivat uusia taitoja osallistumalla yhdessä sellaisiin tehtäviin, jotka olisivat vielä yksin suoritettaessa olleet liian vaikeita, mutta joista lapset suoriutuivat aikuisen avustamana. Tutkijoina tehtävänäimme oli tukea tätä oppimisprosessia ja tarjota välineitä ongelmanratkaisutilanteisiin. Opetus saatiin kerhokerroilla ajankäytöllisesti ja toiminnallisesti tehokkaaksi. Kahden tutkijan yhteistyöllä kerhokertojen suunnittelu oli välillä haastavaa, sillä ohjasimme kerrat vuorotellen. Yhteisen keskustelun ja videoinnin avulla pystyimme kuitenkin seuraamaan, miten lapset kehittyivät taidoissaan. Kerhokertoja suunniteltaessa käytimme hyväksi myös toistemme osaamista; toisella saattoi olla hyviä ideoita, joita toinen sitten pystyi seuraavalla kerhokerralla hyödyntämään.

Tutkimus oli parhaimmillaan hyvin opettavaista jopa meille itsellemme. Lapsen taitojen kehityksen huomaaminen oli hyvin palkitsevaa ja kannustavaa. Omien havaintojemme ja sen perusteella suunnitellun opetuksen avulla lasten matemaattiset valmiudet kehittyivät hyvin koulun alkua varten. Oman pedagogiikan kehittäminen lähemmäksi apua tarvitsevia lapsia on aina tarpeen. Suuressa ryhmässä yleensä mahdollisuudet auttaa heikoimpia ovat rajalliset. Myös lahjakkaat lapset saattavat samalla tavalla jäädä välillä ilman tarvitsemaansa haastetta. Pieni ja homogeeninen ryhmä mahdollistaa mielestämme tuen kohdistamisen. Pienessä ryhmässä on mahdollista käyttää matematiikan eri kieliä monipuolisesti ja näin tarjota lapselle konkreettisesti tilaisuuksia yhdistää arjen matematiikka matematiikan symbolikieleen.

Matemaattista ajattelua voidaan kehittää kielentämällä matematiikkaa monipuolisesti, ja tärkeää on ottaa huomioon lapsen taitotaso opetusta suunniteltaessa. Pidimme tärkeänä sitä, että lapset saivat rauhassa omaan tahtiin laskea asioita ensin koskettamalla ja käyttämällä laskiessaan apuna sormia. Monesti luokkatilanteessa lapset istuvat paikallaan tuolilla. Noppakerholaisille pyrimme kuitenkin mahdollistamaan koko kehon käytön oppimisessa ja taata mahdollisuuden fyysiseen liikkumiseen ympäristössä. Tämä oli mielestämme tärkeää, jotta lapset pystyivät halutessaan käyttämään matematiikan neljää eri kieltä oppiessaan. Tämä tuntui olevan myös tärkeää lapsille itselleen, sillä se poisti kerhotilanteissa perinteisen luokkatilanteen tunteen. Lapset

tuntuivat varsinkin aluksi tarvitsevan tätä liikkumisen mahdollisuutta havainnoidessaan myös ympäristöä.

Tutkimuksemme hyödytti mielestämme interventioon osallistuneiden lasten lisäksi koko ryhmää, sillä syvennyimme tutkimuksen teon aikana opettajina pohtimaan syvällisemmin matemaattisten valmiuksien tukemista. Sen lisäksi, että tutkimuksessa kartoitettiin esiopetusikäisten matemaattisten valmiuksien hallintaa, siinä saatiin myös tietoa eri taitoalueiden välisistä yhteyksistä. Lasten taitojen seurannan ja aktiivisen ohjauksen avulla saatiin tärkeää tietoa taitojen kehityksestä esiopetusvuoden aikana. Ongelmana näemmekin esiopetuksen mahdollisuudet tukea matemaattisesti heikkoja lapsia suuressa lapsiryhmässä. Matemaattisia valmiuksia harjaannuttavat tehtävät tulisivat olla leikinomaisia, jotta ne olisivat lapsen mielestä mukavia ja synnyttäisivät mielenkiinnon numeroihin. Melun vuoksi toiminnallisuus ja leikinomaisuus voivat suuressa ryhmässä jäädä monesti melko vähäiseksi. Tällöin matematiikan kielentäminen eri tavoin myös jää usein vähäiselle huomiolle. Saatamme pyytää lapselta oikeaa vastausta kysymättä kuitenkaan, miten hän on päässyt siihen lopputulokseen. Suuressa lapsiryhmässä on mielestämme rajalliset mahdollisuudet käyttää matematiikan eri kieliä monipuolisesti, saati tukea lapsia kielten välisessä koodinvaihdossa. Lapset tarvitsevat paljon aikuisen ohjausta tässä asiassa.

Tutkimuksemme muita tuloksia tarkasteltaessa ei kuitenkaan nähty selvää yhteyttä lasten kotona tapahtuvan arjen matematiikan ja lasten matemaattisen osaamisen välillä. Tämä on vastoin sitä, mitä aikaisemmin on tutkittu. Pohdimmekin, olisivatko vanhempien vastaukset olleet erilaiset, jos olisimme tehneet kyselyn ennen kuin kerroimme heille matematiikan tärkeydestä esiopetuksessa alkusyksyn vanhempainillassa. Vanhemmat ilmoittivat puhuvansa lasten kanssa numeroihin liittyvistä asioista joka päivä ja ilmoittivat kiinnittävänsä lapsen huomion lukumääriin lähes joka päivä. Vanhempien vastaukset eivät kuitenkaan olleet linjassa lasten taitojen kanssa. Näiden kysymysten kohdalla pohdimme sitä, oliko kysymykset välttämättä tarpeeksi selviä ja voidaanko ylipäättään olettaa, että vanhemmat osaavat laskea itse lapsensa ”numeropuheen”. Havainnointi olisi tässä kohden voinut ehkä antaa luotettavamman tiedon todellisesta tilanteesta. Yhteyttä emme löytäneet myöskään perheessä olevan alakoulua käyvän isomman sisaruksen ja esioppilaan taitotason välillä. Esimerkiksi jokaisella kerhoon osallistuneista lapsista oli alakoulussa olevia vanhempia sisaruksia. Oletimme, että isommat sisarukset innostaisivat pienempiä oppimaan esimerkiksi koulutehtäviä tehdessään. Yhteyttä taitoihin emme kuitenkaan havainneet näiden neljän lapsen kohdalla. Pohdimme myös sitä, että alkoiko lasten mielenkiinto numeroihin syntyä vasta esiopetuksessa ja he olisivat siksi olleet heikoimpia esiopetusvuoden alussa. Toisaalta on tutkittu kuitenkin, että vielä koulun alkaessa erot matemaattisissa taidoissa ovat hyvin suuria.

Koska matematiikan oppiminen on luonteeltaan hierarkkista, vahvan perustan luominen korostuu. Matemaattisten taitojen kehitys etenee esi- ja alkuopetusikäisillä kumulatiivisesti eli ne lapset, joilla on hyvät matemaattiset perusvalmiudet, kehittyvät matemaattisilta taidoiltaan nopeammin kuin ne lapset, joiden lähtötaidot ovat heikommat. Tulokset osoittivatkin, että pienryhmätoiminnan avulla saadaan tuettua matemaattisilta valmiuksiltaan heikkoja lapsia tarpeeksi. Pienryhmämme lapset kykenivät kasvattamaan omaa tietoisuuttaan matemaattisista asioista ja rohkaistuivat ilmaisemaan matemaattista osaamistaan turvallisessa ympäristössä aikuisen kannustamana. Tämä lisäsi lasten itseluottamusta osaamisestaan. Lapset myös pitivät noppakerhokerroista. Tämä tuli ilmi vanhempien antaman suullisen palautteen perusteella sekä lasten innokkuudesta osallistua kerhoon. Eräs lapsi sanoikin seuraavasti: "Teidän kanssa on ollut kiva tehdä matikkajuttuja ja olen oppinut paljon niistä". Toiminnallisuuden vuoksi lapset pitivät toimintaa leikkinä, eivätkä niinkään oppimistilanteena. Alussa noppakerhoon osallistuneiden lasten matemaattiset taidot painottuivat numeerisen tiedon ja taidon hierarkkisen rakentumisen portaille 3 ja 4 ja tutkimuksen lopussa lapset saavuttivat jo portaat 5 ja 6. Lisäksi numeroiden piirtäminen kehittyi kerhokertojen aikana. Vaikka emme varsinaisesti harjoitelleet piirtämistä tuokioissa, taidot numeroiden piirtämisessä kehittyivät silti. Tämä voi johtua monestakin eri asiasta; Ensinnäkin, käytimme noppakerhossa paljon esineitä, jotka sisälsivät numeroita. Toiseksi, normaalin esiopetustoiminnan sisällä harjoiteltiin numeroiden piirtämistä leikkien kautta sekä ohjatusti. Kolmanneksi, esiopetusluokissa oli myös seinällä numeroita, joita lapset olivat nähneet päivittäin.

Edellä esitettyjen tutkimustulosten ja johtopäätösten pohjalta voidaan tiivistäen todeta, että pienryhmätoiminta tukee hyvin heikkojen lasten taitojen kehitystä. Pienryhmässä aikuisella on mahdollisuus tukea lasta mahdollisimman paljon henkilökohtaisesti sekä antaa haasteita lapsen omaan kehitystasoon nähden. Ryhmän ollessa mahdollisimman homogeeninen tuen tarve on kohdistettu oikein ja lasten taidoissa on mahdollista saada aikaan parannusta. Yksilöllisessä opetuksessa lapsi osallistuu häntä tukevaan toimintaan aikuisen tukemana sekä yhdessä vertaisten kanssa. Toiminnan taustalla vaikuttavat ohjaajien pedagoginen asiantuntemus ja suunnittelu, jotka yhdessä mahdollistavat yksilöllisen tukemisen. Pienemmässä ryhmässä toimiminen on näin ollen lapsen edun mukaista. Mielestämme tämä tulisi ottaa huomioon päätöksenteossa. Uskomme, että heikompien lasten kanssa tulisi aloittaa järjestelmällinen taitojen tukeminen niin esiopetuksessa kuin kotonakin. Tämä nostaa kasvatuskumppanuuden merkitystä lapsen vanhempien ja opettajan välillä entisestään.

Jatkotutkimusaiheena olisikin mielenkiintoista selvittää, miten esiopetusvuonna matemaattisilta valmiuksiltaan heikot lapset menestyvät matematiikassa ensimmäisellä ja toisella luokalla. Tutkimuksen teon aikana heräsi myös idea vertaisoppimisen ja matematiikan

kielentämisen yhdistämisestä. Olisi mielenkiintoista selvittää sitä, miten matemaattisilta taidoiltaan edistyneempien lasten kielentäminen eroaa heikkojen kielentämisestä ja miten edistyneempien lasten osaamista voisi hyödyntää heikompien lasten tukemisessa.

LÄHTEET

Adenius-Jokivuori, M. & Linnilä, M-L. 2001. Erityisen tuen tarpeen tunnistaminen, opetuksen yksilöllistäminen ja oppimisvaikeuksien ennaltaehkäisy. Teoksessa B. Högström & O. Saloranta (toim.). Esiopetus tavoitteellisen oppimispolun alkuna. Helsinki: Opetushallitus, 158–168.

Aho, L. 2001. Esiopetus osana lapsuutta. Teoksessa B. Högström & O. Saloranta (toim.) Esiopetus tavoitteellisen oppimispolun alkuna. Helsinki: Opetushallitus, 7–12.

Alén, M. 2012. Multisemioottinen näkökulma matematiikan sanallisten tehtävien opetuksessa peruskoulun 2. luokalla. Pro gradu-tutkielma. Tampereen yliopisto.

Aunio, P. 2008. Matemaattiset taidot ennen koulun alkua. NMI-bulletin 18 (4), 63–74.

Aunio, P. Hannula, M. & Räsänen, P. 2004. Matemaattisten taitojen varhaiskehitys. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen, P. Malinen (toim.) Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 198–221.

Aunola, K. & Lerkkanen, M-K. & Leskinen, E. & Nurmi, J-E. 2004. Developmental Dynamics of Math Performance From Preschool to Grade 2. *Journal of Educational Psychology* 96 (4), 699–713.

Aunola, K. & Leskinen, E. & Nurmi, J-E. 2006. Developmental dynamics between mathematical performance, task motivation, and teacher's goals during the transition to primary school. *British Journal of Educational Psychology* (76), 21–40.

Aunonen, P. & Melartin, A. 2004. ”Hei, me kielennetään matematiikkaa!” Toimintatutkimus matematiikan kielentämisestä. Pro gradu –tutkielma. Tampereen yliopisto.

Baron- Cohen, S. 2004. Olennainen ero. Totuus miehen ja naisen aivoista. *Psykoterapia* 2011. 30 (2), 197–200.

Brotherus, A. Hytönen, J. & Krokfors, L. 2002. Esi- ja alkuopetuksen didaktiikka. Juva: WS Bookwell Oy.

Cannon, J. & Ginsburg, H. P. 2008. “Doing the math”: Maternal beliefs about early mathematics versus language learning. *Early Education and Development* 19, 238–260.

Chapin, S., O'Connor, C. & Caravan Anderson N. 2009. Classroom discussions: Using Math Talk to Help Students Learn. Sausalito, California, USA. Math Solutions.

Clements, D.H. & Sarama, J. 2009. Learning and Teaching Early Math. The Learning Trajectories Approach. UK: Routledge.

Defever, E., De Smedt, B. & Reynvoet, B. 2013. Numerical matching judgments in children with mathematical learning disabilities. *Research in Developmental Disabilities* 34 (10), 3182–3189.

Engeström, Y. 1987. Perustietoa opetuksesta. Opiskelijakirjaston verkkojulkaisu 2007. <https://helda.helsinki.fi/handle/10224/3665>. Luettu 17.1.2015.

Etelälahti, A. 2014. Näkökulmia esiopetuksen vaikuttavuuden tutkimiseen- vaikuttavuustutkimus vuoden 2000 esiopetuksen opetussuunnitelman perusteiden pohjalta. <http://urn.fi/URN:ISBN:978-951-44-9495-6> Luettu 23.2.2015.

Fairbrother, G. 2007. Quantitative and Qualitative Approaches to Comparative Education. Teoksessa M. Bray, B. Adams & M. Mason 2007. *Comparative Education Research, Approaches and Methods*. Comparative Education Research Centre. The University of Hong Kong. 39–62.

Fielding, L. 2006. Kindergarten Learning Gap. *American School Board Journal*, April, 193 (4), 32–34.

Geary, D. C., Hamson, C. O. & Hoard, M. K. 2000. Numerical and Arithmetical Cognition: A Longitudinal Study of Process and Concept Deficits in Children with Learning Disability. *Journal of Experimental Child Psychology* 77 (3), 236–263.

Hakkola, K. & Virsu, M. 2000. Entäs jos... Laulava puu ja muita tarinoita teematyöskentelystä. Helsinki: Tammi.

Hannula, M. M. & Lehtinen, E. 2005. Spontaneous tendency to focus on numerosity and mathematical skills in young children. *Learning and Instruction*, 15, 237–256.

Hannula, M., & Lepola, J. 2006. Matemaattisten taitojen kehittyminen esi- ja alkuopetuksen aikana: Mitkä tekijät ennakoivat aritmeettisten taitojen kehitystä? Teoksessa J. Lepola & M. Hannula (toim.) *Kohti koulua. Kielellisten, matemaattisten ja motivationaalisten valmiuksien kehitys*. Turku: Turun yliopist, 129–149.

Hannula, M. M., Räsänen, P. & Lehtinen, E. 2007. Development of Counting Skills: Role of Spontaneous Focusing on Numerosity and Subitizing-Based Enumeration. *Mathematical Thinking and Learning* 9 (1), 51–57.

Hautamäki, J. 2014. Apuviivat. Niilo Mäki intstituutti. <http://www.lukimat.fi/matematiikka/kirjoituksia/apuviivat>. Luettu 5.1.2015.

Higgins, S. 2003. Parlez-vous mathematics? Teoksessa I. Thompson (toim.) *Enhancing primary mathematics teaching*. Berkshire. McGraw-Hill Education, 54–64.

Hirsjärvi, S., Remes, P. & Sajavaara, P. 2004. Tutki ja kirjoita. Jyväskylä: Gummerus Kirjapaino Oy.

Hirsjärvi, S., Remes, P. & Sajavaara, P. 2013. Tutki ja kirjoita. Helsinki: Tammi.

Huisman, T. 2006. Luen, kirjoitan ja ratkaisen. Peruskoulun kolmasluokkalaisten oppimistulokset äidinkielessä ja kirjallisuudessa sekä matematiikassa. Opetushallitus: Oppimistulosten arviointi 7/2006.

Hujala, E., Purola, A-M., Parrila, S. & Nivala, V. 2007. Päivähoidosta varhaiskasvatukseen. Hyvinkää: T-Print.

Ikonen, O. 2000. Oppimisvalmiudet ja opetus. Jyväskylä: PS-kustannus.

Ikäheimo, H. 2014. Iloa ja ymmärrystä matematiikkaan.
http://www.opperi.fi/11_opperi/11_opperi.html Luettu 18.10.2014.

Ikäheimo, H. 2014. Matematiikkaterapia.
http://www.opperi.fi/08_koulutus/8211_matikkaterapiainfo.html. Luettu 23.3.2015.

Ikäheimo, H. & Risku, A-M. 2004. Matematiikan esi- ja alkuopetuksesta. Teoksessa P. Räsänen P. Kupari & P. Malinen. Matematiikka- näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 222–240.

Jordan, N. C., Glutting, J., Ramineni, C. & Watkins, M. W. 2010. Validating a Number Sense Screening Tool for Use in Kindergarten and First Grade: Prediction of Mathematics Proficiency in Third Grade. *School Psychology Review* 39 (2), 181–195.

Joutsenlahti J. 2003. Kielentäminen matematiikan opiskelussa. Teoksessa A. Virta & O. Marttila (toim.) Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta. Ainedidaktinen symposium. Turku: Turun opettajankoulutuslaitos, 188–196.

Joutsenlahti, J. & Kulju, P. 2010. Matematiikan sekä äidinkielen ja kirjallisuuden opetuksen kehittäminen yhteisen tutkimuksen avulla: Sanan lasku -projekti. Teoksessa T. Laine, T. Tammi (toim.) Tutki, Kehitä ja kokeile. Tampere: Tampereen yliopisto, 53–61.

Joutsenlahti, J. Kulju, P. & Tuomi, M. 2012. Matemaattisen lausekkeen kontekstualisointi sanalliseksi tehtäväksi ja tarinaksi. Opetuskokeilu kirjoittamisen hyödyntämisestä matematiikan opiskelussa. Teoksessa L. Tainio, K. Juuti S. Routarinne (toim.) Ainedidaktinen tutkimus koulutuspoliittisen päätöksenteon perustana. Helsinki: Unigrafia Oy. 107–122.

Joutsenlahti, J. & Rättyä, K. 2015. Kielentämisen käsite ainedidaktisissa tutkimuksissa. Teoksessa M. Kauppinen, M. Rautiainen & M. Tarnanen (toim.) Rajaton tulevaisuus: Kohti kokonaisvaltaista oppimista. Ainedidaktinen symposium Jyväskylässä 13.-14.2.2014. Jyväskylä: Jyväskylän yliopistopaino. 45–62.

Joutsenlahti, J. & Rättyä, K. 2011. Matematiikan kielentämisen tutkimuksen lähtökohtia kielen näkökulmasta Sanan lasku –projektissa, Tutkimus suuntaamassa 2010-luvun matemaattisten aineiden opetusta, Teoksessa H. Silfverberg (toim.) Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät Tampereella 14.-15.10.2010. Tampere: Tampereen yliopisto, kasvatustieteiden yksikkö.

Johnsen Høines, M. 2000. Matematik som språk. Verksamhetsteoretiska perspektiv. Kristianstad: Liber Ekonomi.

Junttila, J. & Ristola, K. 2011. Näppituntuma. Alkuopetuksen matematiikkaa toiminnallisesti. http://www.edu.fi/download/135858_nappituntuma.pdf. Luettu 6.3.2015.

Kajetski, T. & Salminen, M. 2013. Matikasta moneksi. Toiminnallista matematiikkaa varhaiskasvatuksesta esiopetukseen. Helsinki: Premedia.

Kalliokoski, J. 2009. Koodinvaihto ja kielitaito. Teoksessa J. Kalliokoski, L. Kotilainen & P. Pahta. (toim.) Kielet kohtaavat. Suomen kirjallisuuden seura. Jyväskylä: Gummerus Kirjapaino Oy, 309–330.

Kanninen, K. & Sigfrids, A. 2012. Tunne minut! Turva ja tunteet lapsen silmin. Juva: PS-kustannus.

Karlsson, L. 2005. Sadutus. Avain osallistavaan toimintakulttuuriin. Jyväskylä: PS- kustannus.

Kinnunen, R., Lehtinen, E. & Vauras M. 1994. Matemaattisen taidon arviointi. Teoksessa M. Vauras, E. Poskiparta & P. Niemi (toim.) Kognitiivisten taitojen ja motivaation arviointi koulutulokkailla ja 1. luokan oppilailla. Oppimistutkimuksen keskus, Turun Yliopisto, 55–76.

Kinnunen, R. 2003. Miksi kertotauluun kompastuu? Lukujen hallinta oppimisen perustana. Turku: Turun yliopisto.

Kinos, J. & Palonen, T. 2013. Selvitys esiopetuksen velvoittavuudesta. Opetus- ja kulttuuriministeriö. <http://www.minedu.fi/export/sites/default/OPM/Julkaisut/2013/liitteet/tr05.pdf?lang=fi>. Luettu 18.10.2014.

Kirjavainen, T., Pekkarinen, T. & Uusitalo, R. 2015. Resurssit, oppimistulokset ja taloudellinen kasvu. Teoksessa N. Ouakrim-Soivio, A. Rinkinen & T. Karjalainen (toim.) Tulevaisuuden peruskoulu. Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja 2015:8, 51–57.

Kivelä, L. & Erämaa-Lätti, A-M. (2000). Matematiikan esiopetusprojekti Korpilahden päiväkodissa. Jyväskylän yliopisto. Varhaiskasvatuksen laitoksen julkaisusarja A. Tutkimuksia 2. Jyväskylä: Jyväskylän yliopistopaino.

Kronqvist, E-L. & Kumpulainen, K. 2011. Lapsuuden oppimisympäristöt. Eheä polku varhaiskasvatuksesta kouluun. Helsinki: WSOYpro Oy.

Kuula, A. 1999. Toimintatutkimus. Kenttätö ja muutospyrkimyksiä. Tampere: Tammer- paino Oy.

Laine, T. 2010. Miten kokemusta voidaan tutkia? Fenomenologinen näkökulma. Teoksessa J. Aaltola & R. Valli (toim.) Ikkunoita tutkimusmetodeihin II -näkökulmia aloittelevalle tutkijalle tutkimuksen teoreettisiin lähtökohtiin ja analyysimenetelmiin. Jyväskylä: Ps-kustannus, 28–45.

Lampinen, A., Ikäheimo, H. & Dräger, M. 2007. Mavalka I ja II. Helsinki: Oopperi.

- Lampinen, A., Ikäheimo, H. & Dräger, M. 2010. MAVALKA Matematiikan valmiuksien kartoitus. Opettajan ohje. Helsinki: Oopperi.
- Lankshear, C. & Knobel, M. 2004. Handbook for teacher research: from design to implementation. Maidenhead: Open University Press.
- Lee, S. 2010. Mathematical outdoor play: Toddler's experience. Teoksessa L., Sparrow, B., Kissane & C., Hurst (eds.) *Playing with Mathematics: Play in Early Childhood as a Context for Mathematical Learning* *Mathematics Education Research Group of Australasia*, Paper presented at the Annual Meeting of the Mathematics Education Research Group of Australasia (33rd, Freemantle, Western Australia, Jul 3-7, 2010) 723–726
- Lehtonen, P. 2008. Tapaus- ja toimintatutkimuksen yhdistäminen. Teoksessa M. Laine, J. Bamberg, & P. Jokinen (toim.) *Tapaustutkimuksen taito*. Yliopistopaino: Helsinki, 245–253.
- Lepola, J. & Hannula, M. (toim.) 2006. Kohti koulua - Kielellisten matemaattisten ja motivationaalisten valmiuksen kehitys. Turku: Turun yliopisto.
- Levine, S., Suriyakham, L., Rowe, M., Huttenlocher, J. & Gunderson, E. 2010. What counts in the Development of Young Children's Number Knowledge? *Developmental Psychology*. Vol 46 (5) 1309–1319.
- Mattinen, A. 2006. Huomio lukumääriin. Tutkimus 3-vuotiaiden lasten matemaattisten taitojen tukemisesta päiväkodissa. Turku: Painosalama Oy.
- Mazzocco, M., Feigenson, L., & Halberda, J. 2011. Preschoolers' precision of the approximate number system predicts later school mathematics performance. *PLoS ONE*, 6 (9), e23749.
- Metsämuuronen, J. 2003 Tutkimuksen tekemisen perusteet ihmistieteissä. Jyväskylä: Gummerus Kirjapaino Oy.
- Metsämuuronen, J. 2004. Pienten aineistojen analyysi. Parametristen menetelmien perusteet ihmistieteissä. Metodologi- sarja. Jyväskylä: Gummerus Kirjapaino Oy.
- Mutanen, R. 1998. Esiopetuksen merkitys matematiikan opiskelulle alkuopetuksessa. Kasvatustieteiden tiedekunnan tutkimuksia Joensuu: Joensuun yliopistopaino. N:o 67.
- Niikko, A. 2001. Esiopetuksen pitkä taival. Saarijärvi: Gummerus Kirjapaino Oy.
- Niilo Mäki Instituutti 2014. Lukimat. Matematiikka
<http://www.lukimat.fi/matematiikka/tietopalvelu/taitojen-kehitys/laskemisen-taidot#section-0>
 Luettu 19.10.2014.
- Niittumäki, S. 2010. Matematiikan kielentäminen varhaiskasvatuksessa. Kasvatustieteen kandidaatintutkielma. Tampereen yliopisto.
- Nisonen, R. 2001. Esiopetus - yhteinen kasvatustehtävä. Teoksessa B. Högström & O. Saloranta (toim.) *Esiopetus tavoitteellisen oppimispolun alkuna*. Opetushallitus. Jyväskylä: Gummerus kirjapaino Oy, 49–54.

- Numminen, H. & Sokka, L. 2009. Lapsellani on oppimisvaikeuksia. Juva: WS Bookwell Oy.
- Nummenmaa, L. 2009. Käyttäytymistieteiden tilastolliset menetelmät. Helsinki: Tammi.
- Näveri, L. Ahtee, M., Laine, A., Pehkonen, E., & Hannula, M. 2012. Erilaisia tapoja johdatella ongelmanratkaisutehtävään - esimerkkinä aritmagon-tehtävän ratkaiseminen alakoulun kolmannella luokalla. Helsinki: Suomen ainedidaktinen tutkimusseura ry. 81–97
- Office for Standards in Education 2003. The Education of Six year Olds in England, Denmark and Finland: an International Comparative Study. London: OFSTED.
- Ojala, M. (2005). Mitä lapset ovat oppineet esiopetuksessa? Teoksessa J. Hytönen (toim.), Esiopetuksen prosessi ja vaikuttavuus. Esiopetuksen toimivuus ja vaikuttavuus Helsingin kaupungissa vuosina 2001–2003. Tutkimusraportti 3. Tutkimuksia 259. Helsinki: Helsingin yliopisto, 1–18.
- Opetushallitus 2004. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet. Vammala: Vammalan kirjapaino Oy.
- Opetushallitus 2010. Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet. Tampere: Juvenes-Print.
- Opetushallitus 2014. Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet.
http://www.oph.fi/download/163781_esiopetuksen_opetussuunnitelman_perusteet_2014.pdf Luettu 2.3.2015.
- Opetus- ja Kulttuurimihisteriö, 2014. Selvitys esiopetuksen velvoittavuudesta.
http://www.minedu.fi/OPM/Koulutus/koulutuspolitiikka/vireilla_koulutus/esiopetus/index.html.
 Luettu 25.10.2014.
- Pyhäntö, K., Karila, K. & Lipponen, L. 2013. Johdanto. Teoksessa K. Karila, L. Lipponen & K. Pyhäntö (toim.) Päiväkodista peruskouluun. Siirtymät varhaiskasvatukseen, esi- ja alkuopetuksen rajapinnoilla. Opetushallitus, raportit ja selvitykset 2013:17, 5.
- Raunio, K. 1999. Positivismi ja ihmistiede. Sosiaalitutkimuksen perustat ja käytännöt. Helsinki: Gaudeamus.
- Raittinen, R. 2013. Pienryhmätoiminta ja leikkialueet. Varhaiskasvatuksen pedagoginen toimintaympäristö rakentuu arkisissa käytännöissä. Teoksessa K. Karila & L. Lipponen (toim.) Varhaiskasvatuksen pedagogiikka. Tampere: Vastapaino, 69–94.
- Rajala, A. Hilppö, J., Paananen M. & Lipponen, L. 2013. Siirtymät lapsen informaaleissa ja formaaleissa oppimisen ympäristöissä ja vertaisryhmissä. Teoksessa K. Karila, L. Lipponen & K. Pyhäntö (toim.) Päiväkodista peruskouluun. Siirtymät varhaiskasvatukseen, esi- ja alkuopetuksen rajapinnoilla. Opetushallitus. Raportit ja selvitykset 2013: 17, 46–52.
- Rauhala, L. 1985. Ihmiskäsitys ihmistyössä. 2.painos. Helsinki: Gaudeamus.
- Robinson, J. P. & Lubienski, S. T. 2011. The development of gender achievement gaps in mathematics and reading during elementary and middle school: Examining direct cognitive assessment and teacher ratings. American Educational Research Journal 48, 268–302.

Ronkainen, S., Pehkonen, L., Lindblom-Ylänne, S. & Paavilainen, E. (toim.) 2011. Tutkimuksen voimasanat. Helsinki: WSOYpro.

Ruusuvuori, J., Nikander, P. & Hyvärinen, M. 2011. Haastattelun analyysin vaiheet. Teoksessa J. Ruusuvuori, P. Nikander & M. Hyvärinen (toim.) Haastattelun analyysi. Tampere: Vastapaino.

Räsänen, P. Närhi, V. & Aunio, P. 2010. Matematiikasta suoriutuvat oppilaat perusopetuksen 6.luokan alussa. Teoksessa E. Niemi & J. Metsämuuronen (toim.) Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008. Opetushallitus: Koulutuksen seurantaraportti 2010:2.

Seale, C., Gobo, G., Gubrium, J. & Silverman, D. (toim.) 2004. Qualitative Research Practice. London: SAGE Publications Ltd.

Salminen, M. 2014. Subitisaatiotaidot aritmeettisena kouluvalmiutena. Pro gradu –tutkielma. Jyväskylän yliopisto.

Schleppegrell, M. J. 2010. Language in mathematics teaching and learning. Teoksessa J. N. Moschkovich (toim.) Language and Mathematics Education - Multiple Perspectives and Directions for Research. University of California at Santa Cruz, 73–112.

Solano-Flores, G. 2010. Function and form in research on language and mathematics education. Teoksessa Judit N. Moschkovich (toim.) Language and mathematics education—multiple perspectives and directions for research. Charlotte, NC: IAP-Information Age. 113–149.
http://www.google.fi/books?hl=fi&lr=&id=M3oL4c6V9N8C&oi=fnd&pg=PA113&dq=Solano-Flores,+G.+2010.+Function+and+form+in+research+on+language+and+mathematics+education.&ots=3_WbaKc-vL&sig=tGc38sEZtjRXMHMK798fWL93BQ4&redir_esc=y#v=onepage&q&f=false. Luettu 29.1.2015

Strandell, H. 2010. Etnografinen kenttätö: Lasten kohtaamisen eettisiä ulottuvuuksia. Teoksessa Lagström, H., Pösö, T., Rutanen, N., & Vehkalahti K. (toim.) Lasten ja nuorten tutkimuksen etiikka. Helsinki: Nuorisotutkimusseura, 92–112.

Tikkanen, P. 2008. "Helpompaa ja hausempaa kuin luulin" Matematiikka suomalaisten ja unkarilaisten perusopetuksen neljäsluokkalaisten kokemana. Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto.

Trick, LM. & Pylyshyn, ZW. 1994. Why are small and large numbers enumerated differently? A limited-capacity preattentive stage in vision. Psychological review, 101 (1), 80–102.

Tuomi, J. & Sarajarvi, A. 2009. Laadullinen tutkimus ja sisällönanalyysi. Helsinki: Tammi.

Tutkimuseettinen neuvottelukunta. 2012. Hyvä tieteellinen käytäntö ja sen loukkausepäilyjen käytäntö Suomessa. www.tenk.fi/sites/tenk.fi/files/HTK_ohje_2012.pdf _ Luettu 25.1.2015.

Tynjälä, P. 1999. Oppiminen tiedon rakentamisena: konstruktivistisen oppimiskäsityksen perusteita. Helsinki: Kirjayhtymä.

Tynjälä, P. 2004. Oppiminen tiedon rakentamisena. Konstruktivistisen oppimiskäsityksen perusteita. Tampere: Tammer-Paino Oy.

Vainionpää, T., Mononen, R. & Räsänen, P. 2003. Matemaattiset valmiudet. Teoksessa T. Siiskonen, T. Aro, T. Ahonen & R. Ketonen (toim.) *Joko se puhuu? Kielenkehityksen vaikeudet varhaislapsuudessa*. Jyväskylä: PS-Kustannus, 292–301.

Varto, J. 2005. Laadullisen tutkimuksen metodologia.

http://arted.uiah.fi/synnyt/kirjat/varto_laadullisen_tutkimuksen_metodologia.pdf. Luettu 4.1.2015.

Vygotsky, L. S. 1978. *Mind in Society: The development of higher psychological processes*. M. Cole, V. John-Steriner, S. Schibner, E. Souberman (toim.) Cambridge, MA: Harvard University Press.

Wynn, K. 1992. Children's acquisition of the number words and the counting system. *Cognitive Psychology*, 24, 220–251.

Wynn, K. 1998. Numerical competence in infants. Teoksessa C. Donlan (toim.) *The development of mathematical skills. Studies in developmental psychology*. Hove, UK: Psychology Press, 3–25.

Xu, F. & Arriaga, R. 2007. Number discrimination in 10-month-old infants. *British Journal of Developmental Psychology*, 25, 103–108. <http://babylab.berkeley.edu/XuArriaga.pdf>. Luettu 6.3.2015.

LIITTEET

Liite 1: Tutkimuslupahakemus

Liite 2: Vanhempien kyselylomake

Liite 3: Noppakerhokertojen suunnitelmat

xxx kunta
Sivistystoimi
Sivistysjohtaja xxx

TUTKIMUSLUPAHAKEMUS

Olemme Tampereen yliopiston varhaiskasvatuksen maisteriopiskelijoita. Haemme tutkimuslupaa opintoihimme kuuluvan pro gradu –opinnäytetyön tekemiseksi.

Tarkoituksenamme on tutkia esiopetusikäisten lasten matemaattisia valmiuksia ja sitä, miten niitä voidaan paremmin esiopetuksessa tukea. Suorittaisimme tutkimuksen xxx koululla oman työemme ohella kahdessa esiopetusryhmässä syksyn 2014 aikana.

Tutkimusaineistomme tulee koostumaan lasten havainnoinnista esiopetusaikana, lasten Mavalka 2 - kartoituksen tuloksista sekä vanhemmille suunnatusta kyselylomakkeesta, jossa kartoitetaan kotona tapahtuvaa matematiikkakasvatusta. Tutkijoina sitoudumme noudattamaan voimassaolevia tutkimusaineiston säilyttämiseen ja tietosuojalainsäädäntöön liittyviä ohjeita. Tutkimustulosten raportoinnissa kaikki lasten ja vanhempien tunnistetiedot poistetaan. Myöskään koulun nimeä ei julkisteta.

Tutkimuslupaa on tarkoitus hakea lisäksi myös xxx koulun rehtorilta sekä kohderyhmien lasten vanhemmilta.

Tutkielman ohjaaja:

yliopistonlehtori, dosentti Jorma Joutsenlahti
Tampereen yliopiston kasvatustieteiden yksiköstä
Jorma.Joutsenlahti@uta.fi
puh. Xxx

Uskomme, että tutkimuksestamme on hyötyä esiopetuksessa toteutettavan matematiikkakasvatuksen kehittämisessä. Annamme mielellämme tutkimuksesta myös lisätietoja, yhteystiedot alla.

xxx 24.9.2014

Linda Kuusjärvi
KK
Puhelin: xxx
sähköposti

Tiina Ojala
KK
Puhelin: xxx
sähköposti

Ympyröikää parhaiten sopiva vaihtoehto

1. Mitä lapsenne tekee vapaa-ajallaan?

2. Onko lapsellanne sisaruksia alakoulussa?

- a) kyllä b) ei

3. Kuinka usein lapsenne pelaa tietokonepelejä/tabletilla/älypuhelimella?

- a) joka päivä b) lähes joka päivä c) kerran viikossa d) harvemmin

4. Millaisia pelejä lapsenne edellä mainituilla laitteilla pelaa? (voitte valita useamman)

- a) matemaattisia taitoja kehittäviä pelejä
b) kielellisiä taitoja kehittäviä pelejä
c) muita, mitä?
-

5. Kuinka usein lapsenne pelaa laskemista vaativia lauta- tai korttipelejä?

- a) joka päivä b) kerran viikossa c) kerran kuukaudessa d) harvemmin

6. Puhuuko lapsenne numeroista ja lukumääristä arjen eri tilanteissa? (Laskeeko hän asioita tai esittääkö hän esimerkiksi kysymyksiä ”Kuinka monta?”, ”Kuinka paljon enemmän?” ”Kuinka pitkä?”)

- a) joka päivä b) lähes joka päivä c) kerran viikossa c) harvemmin

7. Kuinka usein kiinnitätte lapsenne huomion ympäristön lukumääriin? (esimerkiksi automatkoilla, lapselle kirjaa lukiessa tai kotitöiden lomassa?)

- a) joka päivä b) lähes joka päivä c) kerran viikossa c) harvemmin

Kiitos vastauksestanne!

Kerhokerta 1

Laulu: Kaksi varista. Tarkoitus ottaa jokaisella kerralla yksi varis lisää, jotta samalla ankkuroimme numeron lukusanana sekä näyttämällä lukumäärää sormien avulla lapsille.

Tämän jälkeen keskustellaan geometrisista kuvioista: käydään läpi käsitteet ympyrä, pallo, kolmio, neliö, suorakulmio sekä kartio.

Tunnustelupussista jokainen lapsi saa selän taakse käsiinsä jonkun esineen. Esinettä pitää tunnustella ja kuvailla, miltä se tuntuu.

Luokitellaan esineitä kuulon perusteella. Pudotellaan lattialle erilaisia esineitä ja erotellaan eri ääniä.



Kerhokerta 2

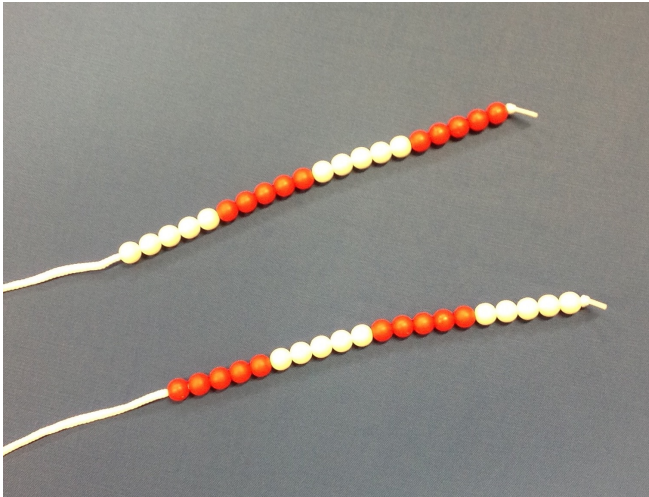
Laulu: Kolme varista.

Aihe: Yhden suhde yhteen vastaavuus, numero 5:n kardinaalimerkitys helminauhan avulla.

Esineiden vertailua eri ominaisuuksien mukaan.

Harjoitellaan eri käsitteiden ymmärtämistä: lyhyin-pisin, matalin-korkein, pienempi-suurempi, korkeampi-matalampi, leveämpi-kapeampi. Järjestetään esineitä jonoihin vertailun mukaan.

Tehtävät: Etsikää erilainen ja mikä ei kuulu joukkoon?

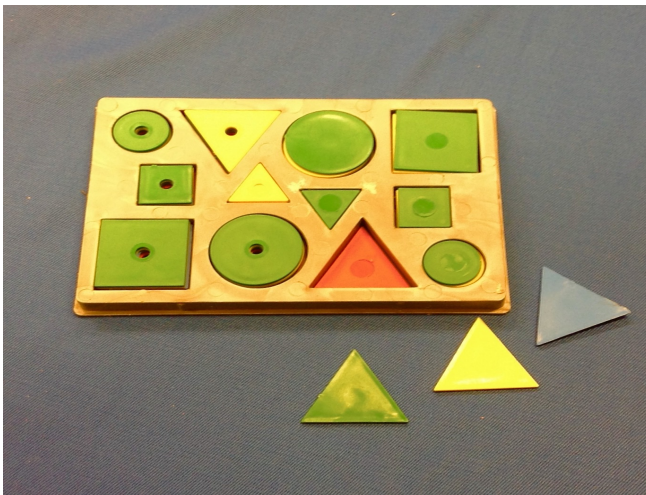


Kerhokerta 3

Laulu: Neljä varista.

Jonojen muodostaminen eri tavalla: Järjestellään esineitä jonkin säännön mukaan. Järjestellään mallin perusteella dinosaurukset jonoon. Vahvistetaan samalla numeroa neljä.

Loogiset palat: Luokitellaan paloja havaittujen ominaisuuksien perusteella, jonka jälkeen tehdään paloilla jonoja ja muita kuvioita, joissa toistuu jokin sääntö. Jokainen lapsi vuorollaan ottaa neljä erilaista palaa ja laittaa ne haluamaansa järjestykseen. Tämän jälkeen hän kertoo millaiset palat hänellä on, ja muut yrittävät tehdä samanlaisen jonon. Lopuksi tarkistetaan, ovatko muut saaneet samanlaisen kuvion kuin mallikuvio on.



Kerhokerta 4

Laulu: Viisi varista.

Välineet: helminauhat, numerokortit 1–5, pikkuesineitä ja pikalukukortit.

Muutoksen havaitseminen: Yksi menee luokan eteen ja kun muut eivät näe, hän vaihtaa asentoa. Mikä muuttui?

Heurekan laskutarinakortit: Mikä muuttui?

Kim-leikki esineillä: Mikä puuttuu?

Viitosharjoitus: Mitä sinulla on viisi?

Pikalukukortit: Opettaja näyttää lukumäärää ja lapsi nostaa sitä vastaavan numeron näkyviin.



Kerhokerta 5

Numerot 1-10 ja niiden määrän hahmottaminen nappien avulla. Lukumäärän hajottamisen harjoittelemine.

Pikalukukortit: Harjoitellaan lukumäärien hahmottamista yhdellä silmäyksellä laskematta.



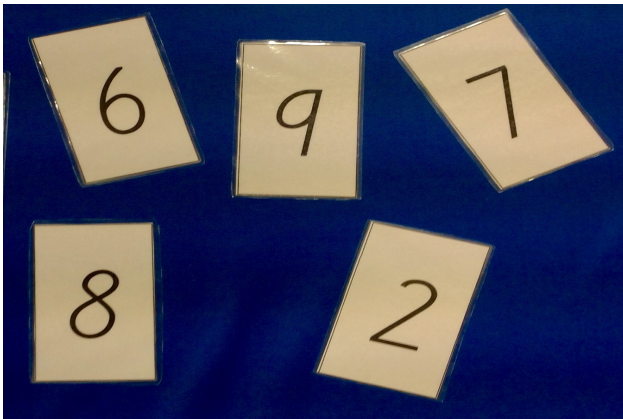
Kerhokerta 6

Laulu: Kuusi varista.

Käsitteet enemmän ja vähemmän: Kili-kili-pukkileikki.

Numerokortit, joita järjestellään ja lasketaan, mietitään kahdesta numerosta kumpi on enemmän ja kumpi vähemmän.

Lasketaan ääneen lukujono 10 alaspäin ja hypätään rakettina ilmaan!



Kerhokerta 7

Laulu: Seitsemän varista

Lapsilla lukumäärän konkretisoinnin apuna nallet. Tarkoituksena on etsiä luokasta yhtä monta, enemmän ja vähemmän kuin mitä nalleja on kädessä.

Harjoitellaan samalla käsitteiden hahmottamista ja spontaanin huomion kiinnittämistä lukumääriin.

Sydänkorteilla harjoitellaan numeron ja määrän vastaavuuksia.

Multilinkit: Niiden avulla harjoitellaan käsitteitä *pidempi, lyhyempi ja samankokoinen*.



Kerhokerta 8 -9

Kauppaleikki. Lapsille annetaan euron kolikoita, joita laskemalla heidän tulee harjoitella ostamaan valmiiksi hinnoiteltuja tuotteita. Jokainen lapsi saa toimia vuorollaan myyjänä.



Kerhokerta 10

Lukujonotaidot ja hajotelmat.

Rakettileikki: Lapset ovat kyykyssä ja laskevat vuorotellen kymmenestä alaspäin. Sen jälkeen hypätään ilmaan.

Laitetaan makaroneja purkkeihin, joiden kyljissä on merkitty haluttu lukumäärä pisteillä. Laitetaan sen jälkeen numerokortit purkkien viereen ja järjestetään oikeaan järjestykseen 1-10. Tämä tehdään pareittain.

Käsileikki: tarkoituksena on luvun hajottaminen. Ohjaaja ottaa toiseen käteen 3 ja toiseen 4 pelimerkkiä. Lapsen tulee laskea, kuinka monta niitä on yhteensä. Sen jälkeen laitetaan kädet ristiin ja lasketaan uudelleen. Pysyikö tulos samana? Hajotetaan näin lukuja 2-10.

